

16º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2025

SINTONIA DOS PARÂMETROS DE UM CONTROLADOR PID APLICADO A UM SISTEMA *BALL AND BEAM* UTILIZANDO O ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING*

GUILHERME C. SILVA¹, BRUNO R. GAMINO², GRACILIANO A. DAMAZO³

¹ Graduando em Bacharelado em Engenharia da Computação, Bolsista PIBIFSP, IFSP, Campus Birigui, cardoso.guilherme1@aluno.ifsp.edu.br.

² Doutor em Engenharia Elétrica, Professor, IFSP, Campus Birigui, bruno.rafael@ifsp.edu.br.

³ Doutor em Engenharia Elétrica, Professor, IFSP, Campus Birigui, graciliano@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 3.08.02.02-4 Programação Linear, Não-Linear, Mista e Dinâmica

RESUMO: Este trabalho visou sintonizar um controlador PID para controlar um sistema *Ball and Beam* utilizando-se do algoritmo *Simulated Annealing*. O *ball and beam* é um sistema de controle no qual, o objetivo é controlar a posição de uma bola que rola sobre uma viga, em que, a ação de controle é feita deslocando-se a posição angular da viga apenas. O controle do sistema foi realizado pelo controlador PID, onde seus parâmetros foram sintonizados pelo algoritmo *simulated annealing*. Este último, é uma meta-heurística amplamente utilizada em problemas de otimização, agindo na busca da melhor solução possível para um determinado problema dentre um universo de soluções possíveis. Testes e simulações computacionais foram feitas, os resultados obtidos constataram que o algoritmo *simulated annealing* proporcionou uma ação de controle de melhor qualidade, em comparação com a aplicação de outros tipos de métodos.

PALAVRAS-CHAVE: *simulated annealing*; controlador PID; sistema *ball and beam*; meta-heurísticas.

TUNING THE PARAMETERS OF A PID CONTROLLER APPLIED TO A BALL AND BEAM SYSTEM USING THE SIMULATED ANNEALING ALGORITHM

ABSTRACT: This work aimed to tune a PID controller to control a ball and beam system using the simulated annealing algorithm. Ball and beam is a control system in which the objective is to control the position of a ball rolling on a beam, where the control action is performed by shifting only the angular position of the beam. The system was controlled by the PID controller, whose parameters were tuned by the simulated annealing algorithm. The latter is a metaheuristic widely used in optimization problems, acting to find the best possible solution for a given problem from a universe of possible solutions. Tests and computational simulations were performed, and the results obtained showed that the simulated annealing algorithm provided better control action compared to the application of other types of methods.

KEYWORDS: simulated annealing; PID controller; ball and beam system; metaheuristics.

INTRODUÇÃO

O *ball and beam* é um sistema conhecido por ser uma referência para aplicação das técnicas de controle clássica e modernas, decorrente da particularidade de ser um sistema de simples compreensão (Amjad *et al.*, 2010). Ele é composto por uma bola que rola sobre uma viga na qual é montada sobre um eixo de rotação que permite sua inclinação, enquanto que a outra extremidade da viga é sustentada por um braço, sendo este, conectado ao eixo de saída de um servo motor. Sendo considerado um sistema não linear e que possui propriedades dinâmicas instáveis em malha aberta, isso o torna difícil de controlar (Correa; Angélico; Tannuri, 2022), portanto, a realimentação da malha de controle é necessária

para a ação de controle, de tal forma que o sistema atinja a estabilidade, configurando-se como um sistema que necessita ser controlado em malha fechada (Neto; Barrêto; Barra, 2023).

De acordo com Fermino (2014), o controlador PID é muito utilizado na área industrial para o controle dos mais variados tipos de sistemas, como o controle de velocidade, pressão e nível, sendo o uso do PID estimado em 95% das malhas de controle na indústria.

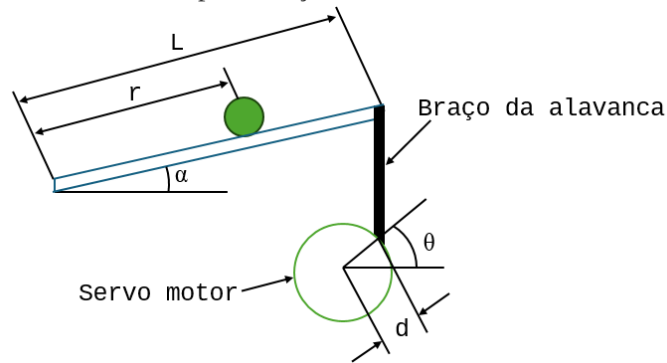
A sintonia dos parâmetros do PID pode ser feita utilizando-se de diferentes tipos de métodos, como as meta-heurísticas. As meta-heurísticas são métodos de busca que procuram a melhor solução dentro de um universo de soluções, sendo muito utilizadas para problemas de otimização. Em especial, o algoritmo *Simulated Annealing* (SA) é uma meta-heurística baseada nos processos de recozimento de metais sólidos, o SA foi desenvolvida por Nicholas Metropolis em 1953 (Rodrigues *et al.*, 2004; Haeser; Ruggiero, 2008). Dessa forma, este trabalho visa a utilização da meta-heurística SA na sintonia dos parâmetros do controlador PID para o controle do sistema *ball and beam*. Ademais, os resultados obtidos com o uso do SA foram comparados com a aplicação do Segundo Método de Ziegler-Nichols.

MATERIAL E MÉTODOS

Para a realização da codificação do algoritmo SA, bem como para a implementação do modelo matemático do *ball and beam* e dos múltiplos testes realizados no sistema, foi utilizado o *software* de matemática computacional MATLAB na versão R2024b e sua aplicação Simulink.

Em relação ao sistema *ball and beam*, existem várias representações do sistema na literatura. Assim, na Figura 1 é mostrado a representação adotada do sistema neste trabalho.

FIGURA 1. Representação do sistema *Ball and Beam*.

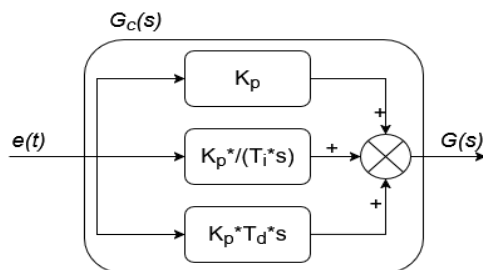


O modelo matemático do *ball and beam* foi obtido tendo como base a modelagem dinâmica do sistema encontrada nos trabalhos de Valcher e Zamuner (2012), Yassuda (2019) e Neto, Barrêto e Barra (2023). Dessa forma, Na Equação (1) é mostrado a função de transferência $G(s)$ do sistema, onde $R(s)$ é a saída do sistema (a posição da bola) e $\theta(s)$ é a entrada do sistema (a posição angular do servo motor). Ademais, m é a massa da bola, R é o raio da bola, J é o momento de inércia da bola, g é a aceleração da gravidade, d é o raio da engrenagem que conecta o servo motor ao braço que sustenta a viga e L é o comprimento da viga.

$$G(s) = \frac{R(s)}{\theta(s)} = \frac{-mgd}{L \left(\frac{J}{R^2} + m \right)} \frac{1}{s^2} \quad (1)$$

Além da função de transferência do *ball and beam*, é preciso considerar o modelo matemático do controlador para a montagem da malha de controle. Logo, na Figura 2 é mostrado a representação em diagrama de blocos do controlador PID, em que $G_c(s)$ representa a função de transferência do controlador e, $e(t)$ é o erro existente no qual o controlador irá agir para eliminar (Ogata, 2010).

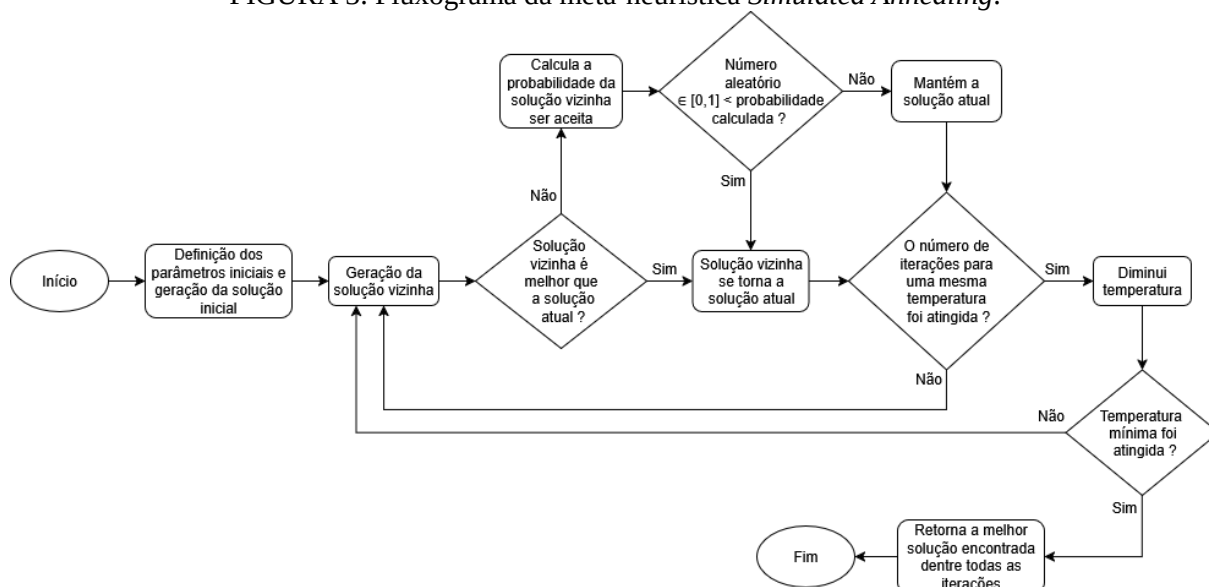
FIGURA 2. Representação em diagrama de blocos do controlador PID.



Para fins de comparação de resultados, o Segundo Método de Ziegler-Nichols também foi aplicado na sintonia do controlador PID mediante as regras sugeridas por Ziegler e Nichols para sistemas de controle em malha fechada (Ogata, 2010).

O SA é uma meta-heurística que foi concebida tendo como base os princípios da termodinâmica, em que, busca-se simular o resfriamento da matéria, de forma lenta e gradual após essa ser aquecida (Metropolis *et al.*, 1953). Apesar de ter sido desenvolvida por Metropolis, os conceitos de sua otimização combinatória foram introduzidos por Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi (1983). Na Figura 3 é mostrado o fluxograma do *Simulated Annealing*.

FIGURA 3. Fluxograma da meta-heurística *Simulated Annealing*.



Analisando o fluxograma visualizado na Figura 3, o SA começa com a definição dos parâmetros iniciais, sendo eles a Temperatura (T), Temperatura mínima (T_{min}), Número de iterações por temperatura (N_k) e o Fator de resfriamento (F_r). Posteriormente é gerado a solução inicial do algoritmo que se mantém como a solução atual até então. Após isto, é gerado a solução vizinha que se configura como uma pequena perturbação nos parâmetros da solução inicial. Ambas as soluções são avaliadas pela função objetivo seguindo uma fórmula: $\Delta f = f(x') - f(x)$, em que $f(x')$ é a função objetivo da solução vizinha e $f(x)$ é a função objetivo da solução atual. Se $\Delta f \leq 0$ então a solução vizinha se torna a solução atual do algoritmo, do contrário, a solução vizinha ainda pode ser aceita mediante um cálculo de probabilidade p , sendo $p = e^{-(\Delta f/T)}$. Assim, um número aleatório entre 0 e 1 é gerado e se ele for menor do que p então a solução vizinha se torna a solução atual, caso contrário se mantém a solução atual. Em seguida, é verificado se o número de iterações pré-determinado foi alcançado, se sim, então a temperatura diminui conforme um fator de resfriamento adotado de 92% na temperatura atual do sistema, do contrário o *looping* continua gerando uma solução vizinha. Por fim, após a diminuição da temperatura é analisado se a temperatura mínima foi alcançada. Se não tiver sido alcançada, então a solução vizinha é gerada novamente com o algoritmo repetindo os mesmos passos feitos até então, do

contrário, é retornado a melhor solução encontrada dentre todas as iterações realizadas e o algoritmo se encerra.

Ambas a solução inicial e solução vizinha foram implementadas retornando um único indivíduo, sendo que o indivíduo foi modelado possuindo os ganhos K_p , K_i e K_d em um vetor, onde os valores são contínuos e estão em um intervalo definido pelos limites mínimo e máximo estabelecidos para cada parâmetro. Logo, foi adotado um limite mínimo de 0,1 para todos os ganhos, um limite máximo de 10 para o K_p , limite máximo de 5 para o K_i e um limite máximo de 3 para o K_d . Dessa forma, os três ganhos são os parâmetros que serão retornados como solução do método. Em relação a solução vizinha, foram implementados dois tipos de perturbação: a perturbação uniforme e perturbação gaussiana. A perturbação uniforme soma ao valor de cada parâmetro uma variação aleatória, denotada por δ , que é escolhida por meio de uma distribuição uniforme contínua no intervalo de $[-\Delta, +\Delta]$ de modo que qualquer valor possui a mesma probabilidade de ser escolhido. Por sua vez, perturbação gaussiana atua de forma parecida com a perturbação uniforme, mas o número gerado aleatoriamente é escolhido através de uma distribuição normal, seguindo de acordo com a função densidade de probabilidade presente na literatura (Eiben; Smith, 2015). Ademais, a função objetivo implementada utiliza-se do índice de desempenho IAE (*Integral of Absolute Error*), onde se calcula a somatória dos erros existentes entre o sinal de entrada e a resposta do sistema de forma ponto a ponto no domínio do tempo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 são apresentados os valores utilizados para os parâmetros do *ball and beam*. Fazendo a substituição deles na Equação (1), obteve-se a função de transferência $G(s)$ visualizada na Equação (2). Na Figura 4 é visualizado o comportamento do sistema em malha fechada e a resposta de controle após a aplicação do método de Ziegler-Nichols. Por fim, na Figura 5 é visto a resposta de controle do sistema com o SA sintonizando o controlador PID.

TABELA 1. Valores adotados para os parâmetros do sistema *Ball and Beam*.

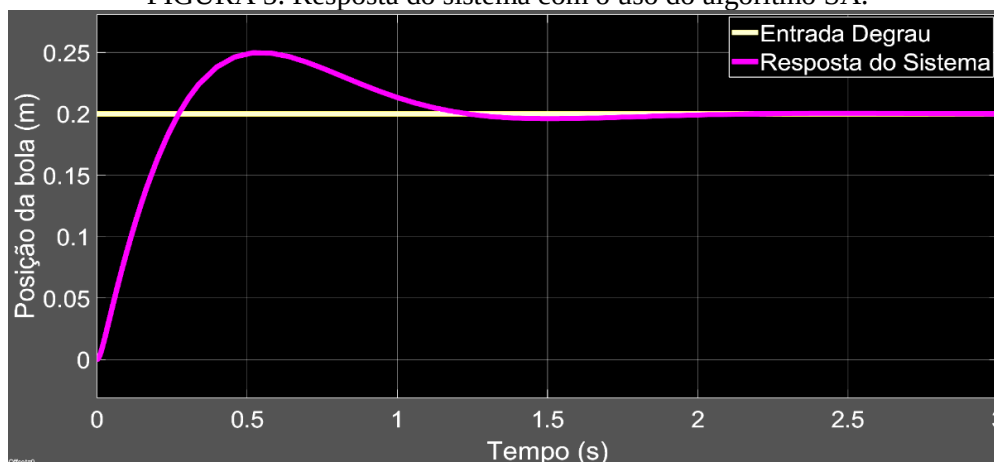
Parâmetros	Valores	Unidades (SI)
m	0,105	K_g
R	0,03	m
J	$3,78 \cdot 10^{-5}$	$K_g \cdot m^2$
g	-9,81	m/s^2
L	0,5	m
d	0,12	m

$$G(s) = \frac{1,682}{s^2} \quad (2)$$

FIGURA 4. Resposta do sistema em malha fechada e com a aplicação do método de Ziegler-Nichols.



FIGURA 5. Resposta do sistema com o uso do algoritmo SA.



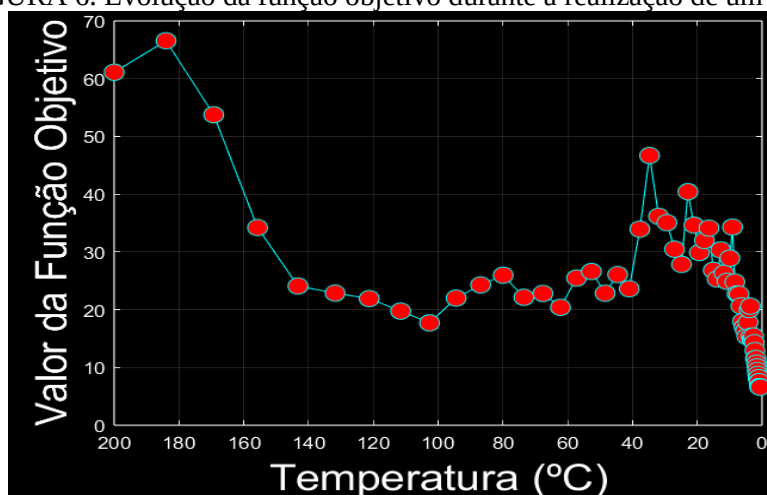
Analisando o segundo gráfico da Figura 4, a aplicação do método de Ziegler-Nichols resultou em um desempenho $IAE = 141,2552\ m$, enquanto que, a resposta de controle utilizando o SA, visualizado na Figura 5, gerou um desempenho $IAE = 5,3828\ m$ utilizando-se do método de perturbação uniforme como geração de solução vizinha.

Afim de se comprovar a eficácia da função objetivo implementada, foram realizados 20 testes no algoritmo e, em cada teste foi salvo a melhor solução encontrada pelo SA. Dessa forma, na Tabela 2 é visualizado o menor, o maior e a média dos valores da função objetivo obtidos nos testes realizados e na Figura 6 é mostrado graficamente o resultado de um teste, onde cada ponto representa o valor da função objetivo em cada nível de temperatura considerado.

TABELA 2. Menor, maior e média dos valores da função objetivo nos testes realizados no algoritmo.

Menor	Maior	Média
5,3828	9,2437	7,3747

FIGURA 6. Evolução da função objetivo durante a realização de um teste.



CONCLUSÕES

Analisando os resultados obtidos, chega-se a conclusão de que a aplicação do algoritmo SA na sintonia do controlador PID satisfaz o objetivo de promover uma ação de controle otimizada, com melhor desempenho ao comparar os resultados obtidos com a aplicação de métodos clássicos, como o de Ziegler-Nichols. Assim, o SA se mostra um algoritmo promissor na sintonia de controladores PID.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

G.C.S procedeu com o referencial teórico, escrita, execução dos cálculos e simulações. B.R.G orientou e forneceu suporte para a elaboração do trabalho, com ênfase na escrita do projeto, na análise

das simulações e no desenvolvimento do algoritmo *Simulated Annealing*. G.A.D atuou como colaborador, apoiando na modelagem matemática do sistema e na aplicação do método de Ziegler-Nichols.

Todos os autores contribuíram com a revisão do trabalho e aprovaram a versão submetida.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao IFSP, bem como ao programa PIBIFSP pelo suporte financeiro, tornando possível a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

AMJAD, Muhammad; ISHAQUE, K. M.; ABDULLAH, Shahrum Shah; SHAREEF, Zeeshan. Fuzzy logic control of ball and beam system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON EDUCATION TECHNOLOGY AND COMPUTER (ICETC), 2., 2010, Shanghai. **Proceedings...** China: IEEE, 2010. p. 489-493.

CORREA, Yan U. S.; ANGÉLICO, Bruno A.; TANNURI, Eduardo A. Simulação e implementação de um controlador para o sistema ball and beam utilizando feedback linearization. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 14., 2022, Fortaleza. **Anais...** Ceará, 2022. p. 620-626.

EIBEN, Agoston E.; SMITH, James E. **Introduction to evolutionary computing**: natural computing series. 2 ed. New York: Springer, 2015. 294 p.

FERMINO, Fernando. **Estudo comparativo de métodos de sintonia de controladores PID**. 2014. 82 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

HAESER, Gabriel; RUGGIERO, Márcia A. Gomes. Aspectos teóricos de simulated annealing e um algoritmo duas fases em otimização global. **Revista TEMA**. São Paulo, n. 9, p. 395-404, 2008.

KIRKPATRICK, Scott; GELATT, C. Daniel; VECCHI, Mario P. Optimization by simulated annealing. **Decision Science**. [S.l], v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.

METROPOLIS, Nicholas; ROSENBLUTH, Arianna W.; ROSENBLUTH, Marshall N.; TELLER, Augusta H.; TELLER, Edward. Equation of state calculations by fast computing machines. **The Journal of Chemical Physics**. Melville, v. 21, n. 6, p. 1087-1082, 1953.

NETO, Cecilio Martins de Souza; BARRÊTO, Kaio Alencar; BARRA, Vitor Gomes Melo. Projeto e controle de um sistema barra e bola utilizando um controlador PID. In: ENCONTRO DE COMPUTAÇÃO DO OESTE POTIGUAR, 6., 2023, Pau dos Ferros. **Anais...** Pau dos Ferros: Universidade Federal Rural do Semi-Árido campus Pau dos Ferros, 2023. p. 1-5.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 2010. 824 p.

RODRIGUES, Flávio Lopes; LEITE, Helio Garcia; SANTOS, Heleno do Nascimento; SOUZA, Agostinho Lopes de.; RIBEIRO, Carlos Antônio Álvares Soares. Metaheurística *simulated annealing* para a solução de problemas de planejamento florestal com restrições de integridade. **Revista Árvore**, Minas Gerais, v. 28, n. 2, p. 247-256, 2004.

VALCHER, Maria Elena; ZAMUNER, Matteo. **Modellistica e controllo del sistema ball and beam**. Pádua: Università Degli Studi di Padova, 2012. 27 p.

YASSUDA, Julio Yuzo. **Desenvolvimento, modelagem, identificação e controle de um módulo didático ball and beam**. 2019, 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procopio, 2019.