

16º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2025

GRADE DE HORÁRIOS ESCOLAR PARA UM CURSO DO IFSP-CJO: MODELO E RESULTADOS

MARIA EDUARDA DE SOUZA DOMINGOS¹, LIGIA CORRÊA DE SOUZA², CARLOS EDUARDO TOFFOLI³

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática, IFSP, *Campus* Campos do Jordão, eduarda.domingos73@gmail.com

² Professora EBTT, IFSP, *Campus* Campos do Jordão, ligiacorrea@ifsp.edu.br.

³ Professor EBTT, IFSP, *Campus* Campos do Jordão, tofolis@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 3.08.02.02-4 Programação Linear, Não-Linear, Mista e Dinâmica

RESUMO: A geração de grade horária escolar é um problema recorrente e, frequentemente, de difícil resolução, porém de suma importância para instituições de ensino. O objetivo deste estudo é apresentar os resultados da modificação do modelo matemático para geração de horários do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de São Paulo - *Campus* Campos do Jordão (IFSP-CJO) advindo de uma iniciação científica anterior. Apesar do resultado viável obtido anteriormente, percebeu-se espaço para aprimoramento como a diminuição de janelas das turmas, além da adaptação do modelo para todos os cursos do *Campus*. Após análise do modelo e devido à imposição de se trabalhar apenas com restrições lineares com o *software* utilizado anteriormente, optou-se pelo *software* Gurobi que permite a inserção de restrições não lineares – que se espera contribuir para a minimização de janelas das turmas e outros desafios ao envolver mais cursos na geração do horário. Após testes e análises, considera-se que a utilização do *software* Gurobi e a inserção de restrições não lineares mostram-se promissoras para a geração de uma grade horária com possibilidade de ampliação para os demais cursos do *Campus*, minimizando aspectos pessoais e proporcionando testes em pouco tempo quando comparados à construção manual dos horários.

PALAVRAS-CHAVE: *timetabling problem*; modelo matemático; grade de horários escolar.

SCHOOL TIMETABLING FOR AN IFSP-CJO COURSE: MODEL AND RESULTS

ABSTRACT: School timetabling is a recurring and often difficult problem, yet one of paramount importance for educational institutions. The objective of this study is to present the results of a modification to the mathematical model for generating timetables for the Mathematics Undergraduate Program at the Federal Institute of São Paulo - *Campus* Campos do Jordão (IFSP-CJO) resulting from a previous research project. Despite the previously viable results, room for improvement was identified, such as reducing class windows and adapting the model to the entire *Campus*. After analyzing the model and due to the need to work only with linear constraints with the previously used software, Gurobi was chosen, which allows for the insertion of non-linear constraints. This is expected

to contribute to minimizing class windows and other challenges by involving more courses in timetabling. After tests and analysis, it is considered that the use of the Gurobi software and the insertion of non-linear restrictions are promising for the generation of a timetable with the possibility of expansion to other courses on the *Campus*, minimizing personal aspects and providing testing in a short time when compared to the manual construction of timetables.

KEYWORDS: timetabling problem; mathematical model; school timetable.

INTRODUÇÃO

Um desafio recorrente em instituições públicas e privadas de diferentes áreas é a alocação de eventos (como aulas, cirurgias ou reuniões) a horários específicos dentro de um período predefinido, de modo a satisfazer um conjunto de restrições. Mais especificamente em instituições de ensino, o desafio na geração de grades de horário se dá principalmente pela dificuldade em conseguir alinhar todas as restrições de tempo, salas, disciplinas e professores e outras especificidades de cada instituição. Este problema é frequentemente dividido em 3 subtipos: exames, universitário e escolar (não-universitário) (CESCHIA; GASPERO; SCHAERF, 2023), sendo os dois últimos similares e ambos com potencial aplicação no contexto do IFSP, pela característica da instituição de ter cursos de diferentes níveis educacionais.

Na literatura, estes problemas são conhecidos como *School Timetabling Problem* ou *University Course Timetabling Problem* e, pela complexidade, vários estudos já foram conduzidos com diferentes modelos e métodos de resolução. Um resumo recente e comparativo dessas técnicas pode ser encontrado em Tan et al. (2021) e em Ceschia, Gaspero e Schaerf (2023). Tendo em vista a dificuldade na criação de um modelo generalizado, dado que cada instituição possui características muito particulares, a massividade dos estudos de caso se justifica.

Considerando a importância e complexidade do assunto, o objetivo deste estudo é apresentar um modelo matemático já existente para o Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de São Paulo - *Campus* Campos do Jordão (IFSP-CJO), advindo de uma iniciação científica anterior, e analisar sua implementação no *software* Gurobi com o auxílio da linguagem *Python*, de modo a aprimorar a automatização obtida no projeto supracitado.

MATERIAIS E MÉTODOS

Este tema é tão relevante que algumas competições foram organizadas a fim de incentivar seu estudo, como a *International Timetabling Competition* (ITC). A primeira delas aconteceu em 2002/2003 com o objetivo de incentivar o desenvolvimento e pesquisas sobre o assunto e, desde então, outras quatro competições foram realizadas nos anos de 2007, 2011, 2019 (com foco no *University Course Timetabling Problem*) e 2021, o que contribuiu para o avanço e disseminação do problema e seus métodos de resolução (SANTOS, 2022).

Ao longo das edições, alguns métodos e algoritmos foram explorados para a resolução do problema, entre eles as heurísticas, metaheurísticas e métodos exatos. Cada uma dessas abordagens possuem características distintas, mas de modo geral a escolha de uma delas depende das particularidades do problema e escolha do pesquisador. No geral, métodos heurísticos e metaheurísticos são mais usados, isso se dá pelo fato de que métodos exatos procuram a melhor solução para o problema satisfazendo todas as restrições, assim demandam mais tempo computacional e podem não chegar em uma solução

ótima para instâncias grandes, como muitos cursos ou turmas (PILLAY, 2014; MENEZES, 2017). Deste modo, métodos exatos podem ser empregados considerando problemas com poucos cursos, que é o caso da maior parte dos *campi* do IFSP. Portanto, escolhemos o *software* Gurobi com o uso da linguagem *Python* para resolver de forma exata o modelo aprimorado de projeto anterior. A escolha do *software* se deu principalmente pela possibilidade de construção de restrições e funções não lineares no modelo, o que não era possível com o *software* *Xpress Optimization*, escolha do projeto anterior.

Quanto à modelagem matemática e seu aprimoramento, foram considerados principalmente os trabalhos de Ceschia, Gaspero e Schaerf (2023), Dantas (2018), Góes (2005) e Pillay (2014). Em especial, Dantas (2018) e Pillay (2014) trazem definições das restrições fracas e fortes que serviram de norte para o modelo matemático. De forma geral, as restrições fortes são aquelas que devemos atender, como não colocar o mesmo professor para lecionar mais de uma disciplina ao mesmo tempo, e Dantas (2018) define as restrições fracas como aquelas que ajudam a definir a qualidade da resposta, podendo ser atendidas ou não, como atribuir aulas com janelas para determinado professor ou turma. Assim as restrições são definidas de acordo com o que se deseja priorizar na formação das grades de horário.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com base em projeto anterior, criou-se um modelo matemático pensado a partir de algumas particularidades do Curso estudado e preferências dos pesquisadores – como minimização de janelas docentes e das turmas.

As restrições fracas, no modelo atual, são tratadas como penalidade/premiação na função objetivo – que busca minimizar o número de aulas atribuídas respeitando o número de aulas totais – representadas por $V - Y$, onde V tem o objetivo de premiar aulas geminadas e Y de penalizar quando uma aula tem uma janela de 1h40min entre elas.

Antes de apresentar o modelo, apresentaremos variáveis, dados e conjuntos envolvidos em sua formulação. A variável de decisão é dada por x_{ijklmn} , tendo valor igual a 1, se o professor i leciona a disciplina j na sala k , no dia l , horário m e para o semestre n , e igual a 0, caso contrário. Os valores de i, j, k, l, m, n começam em 1 e terminam no último valor possível para cada índice, salvo o caso de algumas exceções. As matrizes de apoio são: $L(i, l, m) = 1$ se professor i pode lecionar apenas nos dias l e nos horários m ; $J(i, j) = 1$ se o professor i leciona a disciplina j ; $N(n, i) = 1$ se a disciplina i pertence ao semestre n ; $K(j) = 1$ se a disciplina j precisa de laboratório e $LAB(k) = 1$ se a sala k é laboratório. Cada um desses elementos recebe o valor nulo caso contrário. Além disso, temos $NJ(j)$ que representa a carga horária da disciplina j . Com isso, o modelo é dado por:

$$\text{Max } z = \sum_{i,j,k,l,m,n} x_{ijklmn} + V - Y, \quad (1)$$

$$V = \sum_{i,j,k,l,m,n} x_{ijklmn} * x_{ijkl(m+1)n}, \quad \text{com } m \text{ iniciando em } 2, \quad (2)$$

$$Y = \sum_{i,j,k,l,n} x_{ijkl1n} * x_{ijkl4n} + x_{ijkl2n} * x_{ijkl5n}, \quad (3)$$

Sujeito a:

$$x_{ijklmn} = 0, \forall i, j, k, l, m, n, \quad \text{se } L(i, l, m) = 0; \quad (4)$$

$$x_{ijklmn} = 0, \forall i, j, k, l, m, n, \quad \text{se } J(i, j) = 0; \quad (5)$$

$$\sum_{i,k,l,m,n} x_{ijklmn} = NJ(j), \quad \forall j; \quad \text{e} \quad x_{ijklmn} = 0, \forall i, j, k, l, m, n, \quad \text{se } N(n, j) = 0; \quad (6)$$

$$x_{ijklmn} = 0, \forall i, l, m, n, \quad \text{se } K(j) = 1 \text{ e } LAB(k) = 0; \quad (7)$$

$$\sum_{i,j,k} x_{ijklmn} \leq 1, \quad \forall l, m, n; \quad \sum_{j,k,m} x_{ijklmn} \leq 1, \quad \forall i, l, m; \quad \text{e} \quad x_{ijklmn} \in \{0, 1\}. \quad (8)$$

Consideramos no modelo: aulas atribuídas a cada docente e dias preferenciais para lecioná-las (equações (4) e (5)); total de aulas de cada disciplina e o semestre ao qual pertence (equações (6)); uso de laboratórios e salas comuns (equação (7)); a impossibilidade de atribuir mais de uma disciplina ou docente para a mesma turma no mesmo horário, a impossibilidade de atribuir a um mesmo docente disciplinas distintas no mesmo horário e o caráter binário da variável de decisão (equações (8)).

Como resultado obtivemos o horário para todos os semestres do Curso de Licenciatura em Matemática do segundo semestre letivo de 2023 com tempo computacional inferior a 35 segundos, mas devido à limitação de espaço, apresentaremos um comparativo de resultados apenas para uma das turmas.

As Tabelas 1, 2 e 3 mostram grades horárias do segundo semestre letivo de 2023 para a turma 4 do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP-CJO geradas pela implementação do projeto anterior, pela implementação do projeto atual e manualmente, respectivamente. Cada aula indicada possui duração de 50 minutos.

Tabela 1: Grade de horários para a turma 4 do segundo semestre de 2023 gerada pelo *Software* Gurobi.

Seg	Ter	Qua	Qui	Sex
Vago	Disciplina 8*	Disciplina 8*	Disciplina 10	Disciplina 7*
Disciplina 9	Disciplina 7*	Disciplina 7*	Disciplina 10	Disciplina 7*
Disciplina 9	Disciplina 9	Disciplina 8*	Disciplina 11	Vago
Disciplina 9	Disciplina 6	Disciplina 6	Disciplina 12	Vago
Disciplina 10	Disciplina 6	Disciplina 6	Disciplina 12	Disciplina 11

*: as disciplinas 7 e 8 são ministradas pelo/a mesmo/a docente.

Tabela 2: Grade de horários para a turma 4 do segundo semestre de 2023 gerada pelo *Software* Xpress.

Seg	Ter	Qua	Qui	Sex
Vago	Disciplina 8*	Disciplina 9	Disciplina 10	Disciplina 8*
Vago	Disciplina 8*	Disciplina 9	Disciplina 10	Disciplina 7*
Disciplina 9	Disciplina 6	Disciplina 7*	Disciplina 11	Disciplina 7*
Disciplina 9	Disciplina 6	Disciplina 6	Disciplina 12	Disciplina 7*
Disciplina 10	Disciplina 11	Disciplina 6	Disciplina 12	Vago

*: as disciplinas 7 e 8 são ministradas pelo/a mesmo/a docente.

Tabela 3: Grade de horários para a turma 4 do segundo semestre de 2023 gerada manualmente pela coordenação do Curso.

Seg	Ter	Qua	Qui	Sex
Disciplina 9	Disciplina 7*	Disciplina 6	Disciplina 10	Disciplina 7*
Disciplina 9	Disciplina 7*	Disciplina 6	Disciplina 10	Disciplina 7*
Disciplina 9	Disciplina 6	Disciplina 8*	Disciplina 11	Vago
Disciplina 9	Disciplina 6	Disciplina 8*	Disciplina 12	Vago
Disciplina 10	Disciplina 11	Disciplina 8*	Disciplina 12	Vago

*: as disciplinas 7 e 8 são ministradas pelo/a mesmo/a docente.

É importante ressaltar que vários docentes que lecionam nessa turma lecionam também em outras, logo nem todas as janelas visualizadas nas tabelas são janelas efetivas dos docentes.

Para análise dos resultados, optou-se por estabelecer as medidas de desempenho apresentadas na Tabela 4. Nela podemos notar que a grade gerada manualmente, analisando apenas esta turma, é mais satisfatória de acordo com os parâmetros, mas o tempo de construção, adaptação e testes são muito grandes. Comparando somente os modelos implementados, observamos que o do *Xpress* parece indicar vantagem em relação ao do *Gurobi* quando se trata das janelas, mas a implementação linear chegou no limite de satisfação da solução: não foi possível encontrar outras restrições lineares que melhorassem a solução obtida. Já a implementação no *Gurobi* está apenas no início, com potencial de melhora do resultado atual.

Tabela 4: Medidas quantitativas de desempenho para comparação entre métodos de geração da grade horária para a turma 4 do segundo semestre de 2023 do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP-CJO.

Medidas de desempenho	Gurobi	Xpress	Manual
número de aulas de 50 minutos ao longo da semana	9	5	3
número de janelas da turma	2	0	0
trocas de docentes durante a semana, contabilizadas por dia	7	8	6
tempo de processamento	< 35 segundos	< 1 segundo	dias

CONCLUSÕES

Após análise dos resultados, observou-se que o uso do *software* Gurobi combinado com a linguagem *Python* ampliou as possibilidades de formulação das restrições do modelo. Neste sentido, o objetivo inicial da pesquisa foi alcançado, pois há potencial para melhorar significativamente a grade horária gerada em comparação com o modelo linear anterior. Nota-se que, apesar da solução viável obtida e do uso de restrições não lineares, ainda é necessário reduzir o número de janelas das turmas e as aulas de 50 minutos, reformulando tais restrições.

Apesar das potenciais melhorias, o programa já vem sendo utilizado para auxiliar na criação das grades de horários do curso de Licenciatura em Matemática desde o primeiro semestre de 2025, quando ainda se utilizava o *Xpress*. Para o horário do segundo semestre do ano, testes com os dois *softwares* foram utilizados para a criação da grade, o que diminuiu consideravelmente o tempo de adaptação e

construção manual.

Os próximos passos do estudo, que se encontra em desenvolvimento, envolvem a adaptação do modelo para todos os cursos do *Campus*, testes com função multiobjetivo e adição de outras restrições não lineares no modelo – que não seriam possíveis com o *software Xpress* –, objetivando a minimização de janelas das turmas e a minimização da distribuição de aulas recortadas ao longo do mesmo dia.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

AUTORES M. E., L. C. e C. E. contribuíram com o modelo matemático. AUTORA L. C. realizou a implementação computacional do modelo. AUTORAS M. E. e L. C. escreveram o presente trabalho.

Todos os autores contribuíram com a revisão do trabalho e aprovaram a versão submetida.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o IFSP pela bolsa PIBIFSP à discente Maria Eduarda de Souza Domingos durante o desenvolvimento do projeto "Grade de horários escolar para o IFSP Campus Campos do Jordão" no ano de 2025.

REFERÊNCIAS

- CESCHIA, S.; GASPERO, L. D.; SCHAERF, A. Educational timetabling: Problems, benchmarks, and state-of-the-art results. *European Journal of Operational Research*, v. 308, n. 1, p. 1–18, 2023. ISSN 0377–2217.
- DANTAS, L. H. d. A. *Uma abordagem metaheurística para o problema de alocação de horário escolar no IFRN*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2018.
- GÓES, A. R. T. *Otimização na distribuição da carga horária de professores. Método exato, método heurístico, método misto e interface*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Paraná, 2005.
- MENEZES, D. C. *Formulações exata e heurística para o problema de programação de horários da Universidade Federal de Sergipe*. 49 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, 2017.
- PILLAY, N. A survey of school timetabling research. *Annals of Operations Research*, v. 218, n. 1, p. 261–293, 2014.
- SANTOS, P. S. *Problema de Programação de Horários de Cursos Universitários da ITC2019: Modelos e Algoritmos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2022.
- TAN, J. S. et al. A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems. *Expert Systems With Applications*, v. 165, p. 113943, 2021. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:224951680>>.