

15º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2024

MÓDULO DE PROGRAMA PARA ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES RETANGULARES USANDO TABELAS

MATEUS M. PADILHA¹, GUSTAVO C. NIRSCHL²

¹ Graduando em Engenharia Civil, IFSP, Câmpus Votuporanga,

mateusmarquespadilha2018@gmail.com.

² Professor MSc. da área de Edificações, IFSP, Câmpus Votuporanga, nirschl@gmail.comdu.br.

RESUMO: No âmbito da Engenharia Civil, existem inúmeros programas de computador, entretanto, a maioria mostra somente os resultados ou alguns passos. Dessa forma, um grupo de pesquisa já cadastrado no CNPq tem desenvolvido programas que não só fazem cálculos, mas que demonstram todo o procedimento realizado. Nesse sentido, por meio das linguagens de programação web (HTML/JavaScript), foi criado anteriormente um ambiente gráfico, que permite desenhar elementos relacionados a lajes. Dentro do referido programa *on-line*, este artigo apresenta um módulo para a análise estrutural de lajes retangulares via soluções tabeladas de Marcus, Czerny e Bares. Além disso, o módulo segue a filosofia do grupo de pesquisa, mostrando todos os passos de resolução em relatórios gerados no formato pdf que podem auxiliar professores e alunos, além de fazer a análise comparativa dos métodos.

PALAVRAS-CHAVE: engenharia civil; software *on-line*; lajes; métodos tabelados; análise estrutural.

PROGRAM MODULE FOR STRUCTURAL ANALYSIS OF RECTANGULAR SLABS USING TABLES

ABSTRACT: In the field of Civil Engineering, there are numerous computer programs available; however, most of them only display the results or a few steps of the process. Therefore, a research group already registered with CNPq has been developing programs that not only perform calculations but also demonstrate the entire procedure involved. In this context, a graphical environment was previously created using web programming languages (HTML/JavaScript), allowing users to draw elements related to slabs. Within this online program, this article presents a module for the structural analysis of rectangular slabs using tabulated solutions of Marcus, Czerny, and Bares. Moreover, the module follows the philosophy of the research group by displaying all the resolution steps in reports generated in PDF format, which can assist both teachers and students, as well as providing a comparative analysis of the methods.

KEYWORDS: civil engineering; online software; slabs; tabulated methods; structural analysis.

INTRODUÇÃO

Lajes são elementos estruturais submetidos a carregamentos perpendiculares à sua superfície, modeladas como placas, e caracterizadas por uma espessura significativamente menor que suas outras dimensões, como largura e comprimento (Soares, 2004). Esses elementos podem apresentar esforços de flexão em duas direções ortogonais. A Teoria das Placas, baseada na teoria da elasticidade e desenvolvida por Lagrange em 1811, oferece uma equação diferencial de quarta ordem que relaciona a deformada elástica da placa com a carga uniformemente distribuída (Bastos, 2023). Devido à complexidade da solução dessa equação, diversas tabelas foram criadas para facilitar o cálculo dos momentos fletores e deflexões em lajes com diferentes condições de apoio e carregamento.

Essas tabelas, de autores como Czerny, Bares e Marcus, são amplamente utilizadas no cálculo de lajes com vinculações variadas e sob diferentes tipos de carregamento. No entanto, é importante observar que, embora as tabelas sejam úteis para lajes isoladas, elas apresentam limitações quando aplicadas a

painéis contínuos de lajes apoiadas em vigas, especialmente devido à flexibilidade dos apoios (Longo, 2022). Portanto, este módulo tem como objetivo programar as tabelas e realizar uma análise comparativa de seus valores. As tabelas de Marcus, Czerny e Bares são encontradas, por exemplo, em Silva (2018). Dessa forma, percebe-se o papel crucial que lajes desempenham na estruturação de edifícios, contribuindo para a distribuição uniforme das cargas e garantindo a estabilidade e segurança das construções.

MATERIAL E MÉTODOS

Um grupo de pesquisa cadastrado no CNPq tem realizado uma série de programas *online*, disponibilizados no *website* de internet do grupo. Tais softwares são desenvolvidos por meio das linguagens HTML/JavaScript, as quais podem ser estudadas por meio de páginas de internet como W3Schools (REFSNES DATA, 1998) e MDN web docs (MOZILLA, 1998).

Em trabalhos anteriores do grupo, foi elaborado um ambiente CAD *online* responsável por representar graficamente elementos relacionados a lajes, o qual está disponível do *site* do grupo de pesquisa. Dessa forma, apresenta-se nesse artigo um módulo do referido programa principal, módulo este que efetua cálculos dos máximos esforços (momento fletor M_x , M_y) em lajes retangulares por meio das tabelas de Marcus, Czerny e Bares, obtidas em Silva (2018), sendo que são separadas por tipo de vinculação da laje. Os vínculos disponíveis em cada tabela são mostrados na Figura 1.

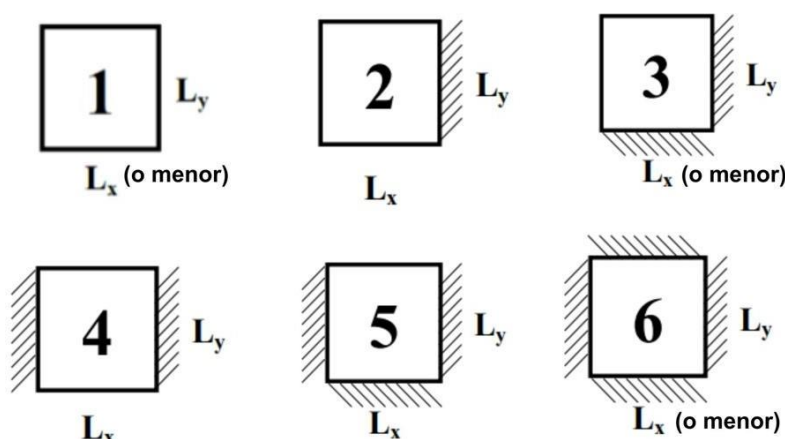


Figura 1 – Casos de vinculações das lajes – Fonte: Silva (2018).

As Figuras 2, 3 e 4 apresentam trechos das tabelas mencionadas.

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y
1,00	27,43	27,43	1,50	13,87	31,21
1,01	26,89	27,43	1,51	13,75	31,36
1,02	26,37	27,43	1,52	13,64	31,52

Figura 2 – Trecho da tabela de Marcus – Caso 1 – Fonte: Silva (2018).

λ	α_x	α_y	β_x	β_y
1,00	34,50	34,50	14,30	14,30
1,01	34,02	34,34	14,10	14,20
1,02	33,54	34,18	13,90	14,10

Figura 3 – Trecho da tabela de Czerny – Caso 3 – Fonte: Silva (2018).

λ	Caso 1	
	μ_x	μ_y
1,00	4,41	4,41
1,05	4,80	4,45

Figura 4 – Trecho da tabela de Bares – Caso 1 – Fonte: Silva (2018).

Nas tabelas, os momentos máximos positivos e negativos são encontrados por meio das equações de 1 a 4:

$$M_x = \frac{p * l_x^2}{c_x} \quad (1)$$

$$M_y = \frac{p * l_y^2}{c_y} \quad (2)$$

$$M_{x'} = \frac{p * l_x^2}{c_{ex}} \quad (3)$$

$$M_{y'} = \frac{p * l_y^2}{c_{ey}} \quad (4)$$

Em que,

L_x = vão da laje (m) paralelo a x.

L_y = vão da laje (m) paralelo a y.

M_x e M_y = momento fletor máximo positivo nas direções x e y (kN.m/m);

$M_{x'}$ e $M_{y'}$ = momento fletor máximo negativo nas direções x e y (kN.m/m);

p = carga total uniformemente distribuída (kN/m²);

c_x e c_y = coeficiente para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y . São:

α_x e α_y (Czerny); m_x e m_y (Marcus); μ_x e μ_y (Bares).

c_{ex} e c_{ey} = coeficiente para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y . São:

β_x e β_y (Czerny); n_x e n_y (Marcus); $\mu_{x'}$ e $\mu_{y'}$ (Bares).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O programa está disponível *online* (<https://vtp.ifsp.edu.br/nev/Ifestrut-lajes/ifestrut-lajes.html>). Nele (Figura 5), o usuário pode escolher entre diversas opções de vinculações, dimensões e cargas da laje, que correspondem, no módulo aqui apresentado, a diferentes tipos de lajes e métodos definidos pelas tabelas. Após desenhar a laje (Figura 5), como no caso de uma laje com os quatro lados apoiados, o usuário pode clicar na opção "Cálculo via Tabelas", conforme ilustrado na Figura 6.

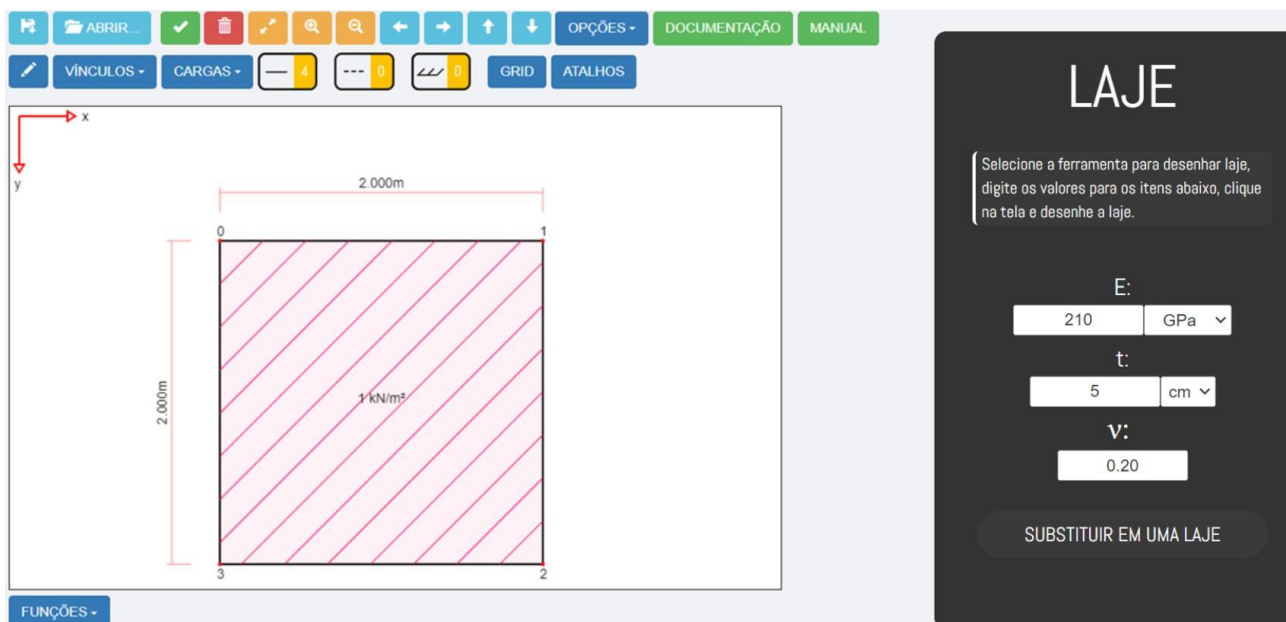


Figura 5 – Página inicial do programa – Fonte: Autor (2024).

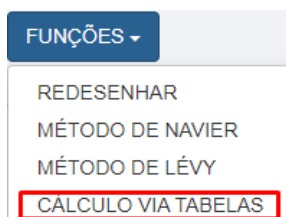


Figura 6 – Funções presentes na página inicial do programa – Fonte: Autor (2024).

Nessa opção, os resultados para os métodos programados no módulo são exibidos (Figura 7) em termos de maiores momentos negativos (M_{xe} e M_{ye}) e positivos (M_x e M_y) para a laje desenhada. Além disso, é possível gerar um relatório detalhado o qual descreve passo a passo o processo utilizado e os cálculos para chegar aos resultados.

TABELA DE RESULTADOS

MÉTODO	M_x (kN*m/m)	M_y (kN*m/m)	M_{xe} (kN*m/m)	M_{ye} (kN*m/m)
MARCUS	0.146	0.146	0	0
BARES	0.176	0.176	0	0
CZERNY	0.176	0.176	0	0



Figura 7 – Resultados na opção "cálculo via tabelas" – Fonte: Autor (2024).

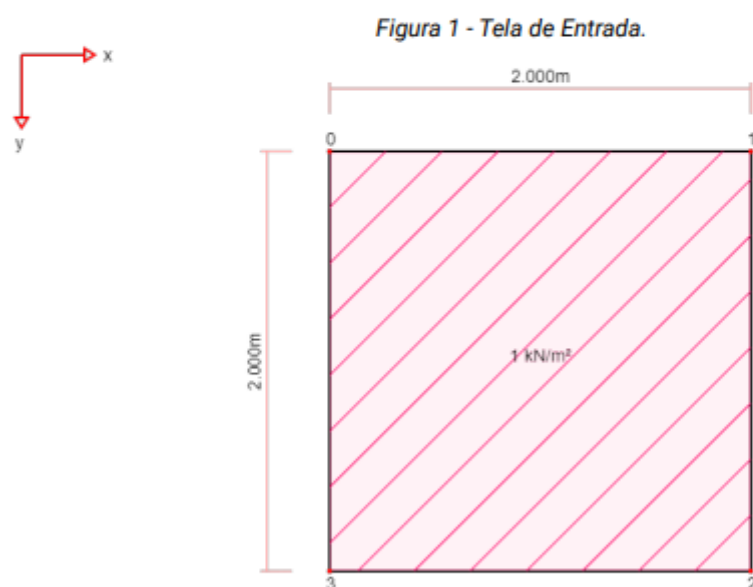
Ao clicar no botão "GERAR RELATÓRIO" (Figura 7), é gerado um arquivo em PDF (Figura 8) que detalha todo o processo de entrada de dados e os cálculos realizados utilizando os métodos tabelados de Marcus, Czerny e Bares.

DADOS DE ENTRADA

OBSERVAÇÕES GERAIS:

- Os índices são ordenados de acordo com a inserção dos elementos;
- Todas as coordenadas "x,y" são em relação ao vértice 0 da laje, sendo as orientações dos eixos observadas no canto superior esquerdo da Figura 1;
- As resoluções de equações consideraram todas as casas decimais de suas variáveis. Entretanto, nas tabelas os valores serão mostrados com a quantidade de algarismos significativos escolhida (3).

Na Figura 1 podem ser vistos todos os elementos inseridos na laje.



A partir daqui, o relatório utilizará o sistema kN-m, mostrando os valores convertidos em relação aos dados de entrada do usuário.

(...)

Feitos os cálculos, os resultados são:

TABELA DE RESULTADOS

MÉTODO	Mx (kN*m/m)	My (kN*m/m)	Mxe (kN*m/m)	Mye (kN*m/m)
MARCUS	0.146	0.146	0	0
BARES	0.176	0.176	0	0
CZERNY	0.176	0.176	0	0

Figura 8 – Trechos inicial e final do relatório pdf gerado automaticamente pelo módulo criado – Fonte: Autor (2024).

CONCLUSÕES

O módulo desenvolvido foi incorporado ao programa, disponível no *site* IFestrut Lajes. Este módulo não apenas programa as tabelas, mas também oferece uma ferramenta de análise comparativa entre os métodos de cálculo disponíveis. Após o desenho da laje, onde o usuário define as dimensões, vinculações e a carga aplicada, é possível identificar os maiores momentos fletores negativos e positivos para cada método, gerando um relatório detalhado. A página *web* foi desenvolvida utilizando HTML para a estruturação das informações e JavaScript para a programação dos cálculos, proporcionando uma interface intuitiva e eficiente.

Com essa incorporação, o módulo do programa criado se consolida como uma ferramenta interessante para engenheiros, professores e estudantes, ao possibilitar uma análise comparativa dos métodos de dimensionamento de lajes, através das tabelas de Marcus, Czerny e Bares.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

M.M.P. atuou na pesquisa, curadoria e análise dos dados, além de conduzir a redação do trabalho.

G.C.N. contribuiu com a supervisão e revisão do trabalho, além de aprovar a versão submetida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia pela bolsa recebida por meio do programa PIBIFSP, no ano de 2024.

REFERÊNCIAS

BASTOS, P. S. **Material didático para o estudo das lajes de concreto armado**. Notas de Aula (Curso de Engenharia Civil – Estruturas de Concreto I) - Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru - SP, 2023. Disponível em: <<https://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf>>. Acesso em: 10 jun. 2024.

LONGO, Luis Felipe. Cálculo de lajes por meio de tabelas. AltoQi, 2022. Disponível em: <https://suporte.altoqi.com.br/hc/pt-br/articles/360003081494-C%C3%A1lculode-lajes-por-meio-de-tabelas>. Acesso em: 11 setembro 2023.

MOZILLA. MDN web docs: Recursos de desenvolvedores para desenvolvedores. [S. l.], 1998.

SILVA, A. B. **Análise comparativa dos momentos fletores de lajes maciças entre o software eberick e métodos simplificados**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Alagoas, Campus do Sertão, Alagoas, 2018. Disponível em: <https://www.repositorio.ufal.br/handle/riufal/4804>. Acesso em: 10 jun. 2024.

SOARES, Adilson Moreira. **Análise comparativa de esforços e deflexões em placas retangulares finas**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá. Itajubá-MG, 2004. Disponível em: <https://repositorio.unifei.edu.br/jspui/bitstream/123456789/3766/1/Disserta%c3%a7%c3%a3o_200431243.pdf>. Acesso em: 11 set. 2023.

W3Schools, Website. REFSNES DATA, 1998. Disponível em: <https://www.w3schools.com/about/default.asp>. Acesso em: 08 jun. 2024.