

## 15º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2024

### **KIT EXPERIMENTAL SOBRE O ROLAMENTO DE UM CORPO EM UM PLANO INCLINADO**

DANIELE S. MAEDA<sup>1</sup>, CARLOS ANTONIO DA ROCHA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Graduando em Engenharia Mecânica, Bolsista CNPQ, IFSP, Campus São Paulo, [daniele.maeda@ifsp.edu.br](mailto:daniele.maeda@ifsp.edu.br)

<sup>2</sup> Doutor, Professor EBTT, IFSP Campus São Paulo, [carlosrocha@ifsp.edu.br](mailto:carlosrocha@ifsp.edu.br)

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 7.08.04.03-6 Tecnologia Educacional

**RESUMO:** A evolução da sociedade nas últimas décadas promoveu discussões a respeito de reestruturações no atual sistema de ensino, nas quais as metodologias ativas são apresentadas como alternativas ao modelo convencional. Nessas propostas, os discentes são capazes de desenvolver novas competências e habilidades, além do conhecimento acadêmico promovido pelo conteúdo das aulas. Neste sentido, buscando melhorar e aperfeiçoar o desempenho dos alunos na aquisição de conhecimentos nas aulas de Física, foi elaborado um kit experimental a ser aplicado em turmas de graduação de ciências exatas, referente ao tópico sobre rolamento de um corpo rígido (CR) no plano inclinado. O kit é fundamentado nas metodologias ativas e no conceito físico de rolamento de um CR. A metodologia ativa adotada aqui é a de Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP). Dessa forma, o objetivo desse trabalho é a elaboração de um kit experimental, baseado na ABP, para ser utilizado como um material auxiliar pelos professores durante as suas aulas de laboratório sobre rolamento de um CR no plano inclinado. Espera-se que as medidas obtidas com o uso do aparato proposto no kit apresentem uma boa correlação com os resultados esperados, possibilitando a análise e estudo do experimento de modo, além de lúdico, também quantitativo.

**PALAVRAS-CHAVE:** laboratório de Física; metodologias ativas; Aprendizagem Baseada em Projetos; corpo rígido (CR); tecnologias de informação e comunicação; obtenção automática de dados.

### **EXPERIMENTAL KIT ABOUT THE ROLLING OF A BODY ON AN INCLINED PLANE**

**ABSTRACT:** The evolution of society in recent decades has led to discussions about restructuring the current education system, in which active methodologies are presented as alternatives to the conventional model. In these proposals, students are able to develop new skills and abilities, in addition to the academic knowledge promoted by the content of the classes. With this in mind, in order to improve and enhance student performance in the acquisition of knowledge in physics classes, an experimental kit was developed to be applied in undergraduate exact sciences classes, on the topic of the rolling of a rigid body (RC) on an inclined plane. The kit is based on active methodologies and the physical concept of a rolling RC. The active methodology adopted here is Project-Based Learning (PBL). The aim of this work is to develop an experimental kit, based on PBL, to be used as an aid by teachers during their laboratory classes on the rolling of a RC on an inclined plane. It is hoped that the measurements obtained using the apparatus proposed in the kit will correlate well with the expected results, making it possible to analyze and study the experiment in a way that is not only fun, but also quantitative.

**KEYWORDS:** physics laboratory; active methodologies; project-based learning; rigid body (RC); information and communication technologies; automatic data collection.

## **INTRODUÇÃO**

Atualmente, boa parte do ensino é baseada na educação “bancária” (Freire, 1997), onde o professor possui a função de transmissor de conhecimento e os alunos vistos como recipientes vazios a serem preenchidos. Assim, o conhecimento é transmitido pelo professor de forma oral ou escrita e o aluno participa sendo somente um ouvinte (Moreira, 2017).

Com a intenção de iniciar uma mudança no atual modelo de ensino, foi proposto a implantação de diferentes mídias de comunicação nas escolas, pois elas poderiam tornar as aulas mais interessantes. Porém, para iniciar essa mudança, seria necessário um estudo referente aos materiais a serem produzidos, de modo que pudesse transmitir o conteúdo a ser estudado de uma forma mais espontânea, estimulando o interesse dos alunos (Moran, 2007).

Uma das soluções para suprir a defasagem no ensino de Física é a aprendizagem ativa, que é baseada na participação ativa dos alunos nas aulas, por meio de questionamentos, possibilitando uma maior interação com o conteúdo ministrado, fazendo-o sair de sua zona de conforto para construir o seu conhecimento. Nesse tipo de aprendizagem, o professor deixa de ser um transmissor de conhecimento centralizado e passa a ser um orientador e supervisor e o aluno deixa de ser um mero ouvinte.

Segundo Henriques, Prado e Vieira (2014), os métodos de aprendizagem ativa obtiveram melhores resultados que as aulas tradicionais, apontando uma diminuição no número de repetências e uma melhoria considerável na compreensão conceitual dos assuntos abordados.

Este trabalho surgiu a partir da ampla constatação acerca da dificuldade e da falta de interesse por parte dos alunos pelas aulas de Física, ministrada de forma tradicional. O objetivo é fazer com que os alunos possam observar os fenômenos que estão sendo estudados e compreendê-los, de modo que a aula se torne mais atrativa.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

Este trabalho se propõe a elaborar um kit experimental, que irá auxiliar nas aulas referentes ao conteúdo sobre rolamento de um corpo rígido (CR) em um plano inclinado, a partir de uma “corrida” com diversos corpos de diferentes geometrias. O desenvolvimento do kit tem início a partir de revisões bibliográficas referentes a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP). Nesse sentido, a metodologia seguida para a elaboração do kit seguiu de perto o trabalho de Bender (2014), para o qual, os elementos essenciais da ABP para a construção do projeto são definidos pelas seguintes etapas:

- Um problema presente na realidade dos alunos, porém não muito simples;
- Os alunos devem ter momentos de tomadas de decisões no decorrer no projeto;
- Estimular o desenvolvimento de competências para o trabalho cooperativo;
- Discussão e reflexão entre os alunos referente às informações coletadas;
- Revisão e crítica por parte dos alunos, onde os alunos são estimulados a revisar e analisar o projeto e determinar se as informações são coerentes e se são úteis à pesquisa;
- Envolvimento dos alunos nas pesquisas, para achar a solução para o problema proposto;
- Apresentar para o público os artefatos produzidos.

A ABP pode ser dividida em duas partes: o pré-planejamento e o planejamento. Sendo o primeiro, referente à elaboração das etapas pelo professor e o segundo pelos alunos, onde é decidido por eles o tempo que será gasto pelos grupos em cada etapa.

No pré-planejamento é determinada a âncora e a questão motriz, em alguns casos os professores podem dar a autonomia aos alunos para decidirem a questão.

Na elaboração das etapas, é necessário ter o conhecimento das unidades curriculares que o projeto irá atingir, para que possa determinar o conteúdo e a forma que se irá ministrá-las. Os professores também devem verificar se há recursos tecnológicos disponíveis para a realização do projeto e elaborar um guia contendo a âncora, a questão motriz, as perguntas iniciais que devem ser pesquisadas, os objetivos, as fontes que são recomendadas a usar e os artefatos que serão produzidos.

De posse dos conceitos para a elaboração do projeto, a etapa seguinte consiste em transmitir o conhecimento sobre a parte Física do problema, ou seja, sobre os conceitos envolvidos no rolamento do CR no plano inclinado. Pode-se chegar à expressão da velocidade de centro de massa do CR ou do valor do seu momento de inércia por duas vias: usando a conservação da energia ou as Leis de Newton. Em ambos os casos, as expressões obtidas são as mesmas e, também para ambos os casos, é feita a hipótese de não-deslizamento do corpo (rolamento puro), onde, para cada ponto do CR que toca o solo, a velocidade instantânea de rotação é nula.

Um dos objetivos do kit é que o aluno construa seu próprio CR para o rolamento. Não há muitas opções, sendo o cilindro e a esfera as mais comuns. Para o exemplo analisado aqui, foi utilizado um cilindro de massa  $m$  e raio  $r$ . Um ponto importante é que o CR a ser utilizado deve ser escolhido com cuidado, ser bem-acabado e sem rebarbas. Isso deve ser realçado aos alunos.

A análise do movimento sob a ótica da conservação da energia é a mais “palatável” para os alunos que estão vendo esse tópico pela primeira vez. A energia mecânica corresponde à soma da energia cinética ( $K$ ) e da energia potencial ( $U$ ), sendo que a energia cinética está relacionada à velocidade de translação e de rotação do corpo rígido e sua energia potencial está associada à sua posição no campo de forças gravitacional conservativo, no qual o corpo se encontra inserido.

No instante inicial, o corpo se encontra em repouso, portanto só há energia potencial gravitacional. Já no instante final o corpo terá uma velocidade escalar e angular diferente de zero. Adotando o referencial onde a altura  $H_f$  é igual a zero, ao final da rampa o corpo terá apenas energia cinética, que estará dividida entre a energia cinética de translação e de rotação. Desta forma, adotando-se o princípio da conservação da energia mecânica, podemos escrever (Sears, et al, 2016):

$$mgH_i = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1)$$

onde  $m$  é a massa do corpo,  $g$  a aceleração da gravidade local,  $H_i$  a altura inicial do centro de massa,  $v$  a velocidade do centro de massa,  $I$  o momento de inércia do cilindro e  $\omega$  a velocidade angular de rotação. Para a condição de não-deslizamento, temos também a equação

$$v = \omega \cdot r \quad (2)$$

Um dos objetivos do kit construído é apresentar ao aluno o conceito de momento de inércia e de como ele influencia a velocidade de centro de massa do cilindro ao final do corpo. Nesse sentido, substituindo a Eq. (2) na Eq. (1) obtemos uma expressão para a velocidade do centro de massa quando a altura final é atingida:

$$V_{CM} = \sqrt{\frac{mgH_i}{\left[\frac{m}{2} + \frac{I}{2r^2}\right]}}, \quad (3)$$

onde pode-se verificar que, quanto menor for o valor de  $I$ , maior será o valor de  $V_{CM}$ . No limite de  $I \rightarrow 0$ , temos a expressão válida para o ponto material que somente translada,  $v = \sqrt{2gH}$ .

Um ponto interessante que também é analisado no kit é o caso do rolamento real, onde sempre ocorre uma perda de energia, ou seja, a energia mecânica não é constante em todo o movimento. Adotando como variação de energia a subtração  $\Delta E = E_{mec_f} - E_{mec_i}$ , a perda relativa de energia é dada por

$$\frac{\Delta E}{E_{mec_i}} = \frac{\frac{3}{4}v_f^2 - gh}{gh}, \quad (4)$$

onde foi utilizada a expressão do momento de inércia de um cilindro de massa  $m$  e raio  $r$ ,  $I = \frac{1}{2}mr^2$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi realizada a construção do kit experimental com um cilindro, cujos parâmetros físicos são:

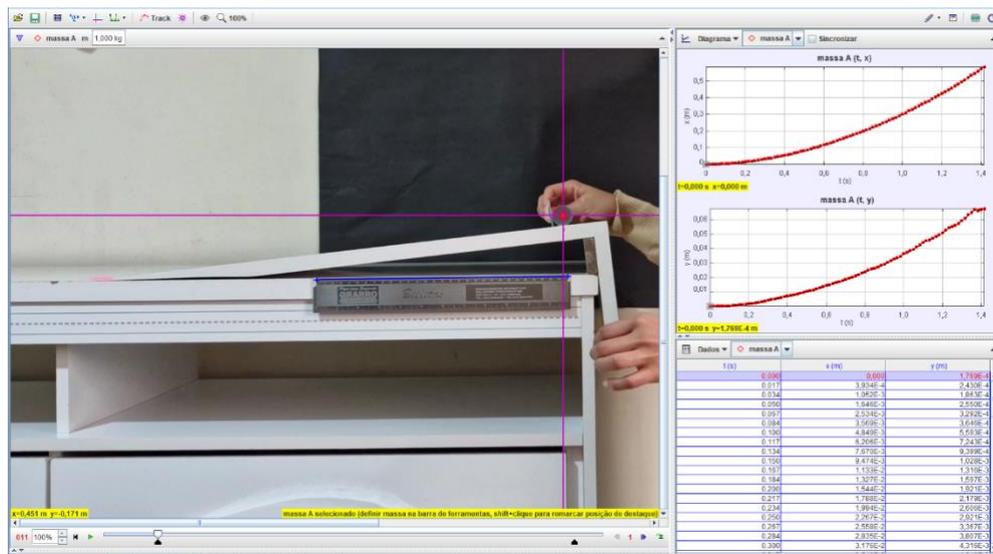
$$\text{massa: } m = (51,7 \pm 0,3) \text{ gramas} \quad \text{e} \quad \text{raio: } r = (12,75 \pm 0,05) \text{ milímetros.} \quad (5)$$

O passo inicial da análise do movimento foi a gravação da filmagem do rolamento do cilindro em um plano inclinado e a coleta dos pontos experimentais por meio da análise de vídeo no programa Tracker. Na figura 1 mostra-se a tela do programa Tracker, onde é possível observar o plano inclinado, o cilindro em posição de largada e o referencial adotado.

Em seguida, foi utilizado o programa OriginLab para as análises estatísticas de ajuste de curvas, para a obtenção da equação da posição em função do tempo, como pode ser observado na figura 2. Vale a pena mencionar que a análise do movimento foi feita para o CM do cilindro, que apenas translada. Dessa análise pode-se obter o valor de  $V_{CM}$  do cilindro ao final da rampa.

A posição do cilindro foi dada por  $S = \sqrt{x^2 + y^2}$ , onde  $x$  e  $y$  são os valores das cotas horizontal e vertical do CM, dadas pelo programa Tracker.

**Figura 1-** Vídeo-análise da filmagem do movimento de translação do cilindro realizada pelo Tracker



Fonte: Arquivos da autora.

A 1ª tarefa proposta no kit<sup>1</sup> foi a de se calcular o momento de inércia experimental e compará-lo com o valor teórico, sendo que o valor de  $I$  experimental é obtido manipulando a Eq. (3), a qual foi deduzida impondo a conservação da energia mecânica. Essa comparação entre os valores experimental e tabelado do momento de inércia é interessante pois, caso os valores sejam muito diferentes, é uma indicação de que há perda de energia considerável. Para a aceleração da gravidade, adotou-se o valor dado em (IAG-USP, 2018),  $g = (9,786 \pm 0,003) \text{ m/s}^2$ , onde o valor foi truncado para uma precisão de 0,03%, bem menor que a de todos os outros parâmetros utilizados no experimento. A 2ª tarefa proposta no kit é calcular a perda percentual de energia no rolamento.

Deve-se mencionar que, a propagação de erros aqui computada segue a fórmula usual dada em (Vuolo, 1996). Por exemplo, para uma função dependente de três variáveis  $f = f(X, Y, Z)$ , com suas respectivas incertezas  $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$ , a incerteza total da função  $f$ , dada por  $\sigma_f$  é escrita como

$$\sigma_f = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial f}{\partial X} \cdot \sigma_X\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y} \cdot \sigma_Y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Z} \cdot \sigma_Z\right)^2\right]} \quad (6)$$

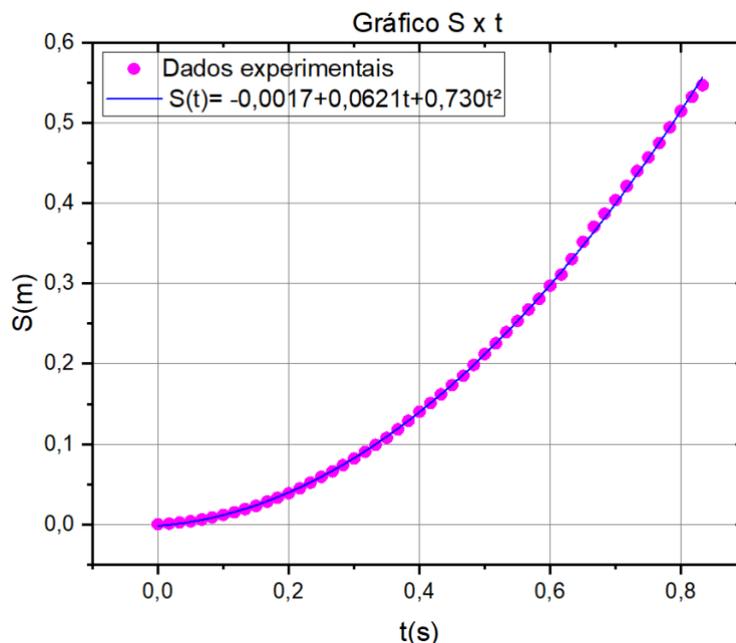
A altura inicial do CM foi obtida via programa Tracker, subtraindo-se a cota  $y$  final da cota  $y$  inicial, obtendo-se  $H = (12,9 \pm 0,3) \text{ cm}$ .

A velocidade final foi obtida através do OriginLab, por meio do ajuste da posição  $S$  do CM em função do tempo. Desprezando-se o atrito do ar, o diagrama de corpo livre do cilindro só terá forças

<sup>1</sup> O texto completo do kit, as filmagens e a planilha de análise de dados podem ser consultadas no link <https://drive.google.com/drive/folders/1zmZgi5-WktsEvAGieUaRFzPwwXHvE9l?usp=sharing>

constantes, a saber, forças Peso, Normal e Atrito. Dessa forma, pode-se concluir que a aceleração do CM será constante e seu movimento descrito pelas equações do MRUV – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado. Ajustando-se a função S versus t por um polinômio do 2º grau, obtém-se a posição inicial, a velocidade inicial e a aceleração do CM, conforme mostra a Figura 2.

**Figura 2-** Gráfico da posição do CM do cilindro ao longo da rampa em função do tempo



Fonte: Arquivos da autora.

Aplicando as fórmulas dadas nas Eqs. (1) a (6) e utilizando os valores obtidos no ajuste da figura 2, montamos a Tabela 1, onde é apresentado os valores para o momento de inércia e energia mecânica.

**Tabela 1-** Resultados do experimento

Energia mecânica inicial	$(65,3 \pm 1,6)$ mJ
Velocidade final ( $V_{CM}$ )	$(1,279 \pm 0,028)$ m/s
Energia cinética final de translação	$(42,3 \pm 1,8)$ mJ
Energia cinética final de rotação	$(23,0 \pm 2,4)$ mJ
Energia mecânica experimental final	$(63,4 \pm 2,1)$ mJ
Momento de inércia experimental	$(4,6 \pm 0,5)10^{-6}$ kg · m <sup>2</sup>
Momento de inércia teórico	$(4,20 \pm 0,04)10^{-6}$ kg · m <sup>2</sup>
Variação no momento de inércia $\Delta I$	$(0,4 \pm 0,5)10^{-6}$ kg · m <sup>2</sup>
Perda de energia porcentual	$(3 \pm 4)\%$

Fonte: Elaborada pela autora

## CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi elaborado um kit didático referente ao rolamento de um corpo rígido em um plano inclinado, onde a análise do movimento é feita, inicialmente, a partir da conservação da energia mecânica. Foi obtido o valor experimental do momento de inércia para comparação com o valor teórico. A diferença entre os valores teórico e experimental forneceu  $\Delta I = (0,4 \pm 0,5)10^{-6}$  kg · m<sup>2</sup>, que é

consistente com o valor nulo dentro de um desvio padrão. Em um segundo momento, utilizando a fórmula teórica para o momento de inércia, calculou-se as energias mecânicas inicial e final, de modo a estimar a perda de energia. Para esse caso, obteve-se o valor percentual  $\Delta E/E_i = -(3 \pm 4)\%$ , indicando que a energia mecânica se conservou dentro de um desvio padrão. A explicação para esse bom resultado deveu-se ao cuidado e esmero empregados tanto na construção da rampa como na usinagem do cilindro, procurando eliminar imperfeições em ambas as superfícies. Verificou-se que a maior fonte de incerteza no experimento foi relacionada à altura inicial, com incerteza de 3,22%. Uma possível ideia para diminuir essa incerteza seria analisar trechos do movimento plano, antes e depois da rampa, para fazer uma média de valores das alturas inicial e final.

O kit experimental foi aplicado, de forma preliminar, em uma turma do primeiro semestre de Engenharia Civil do IFSP, no final do mês de agosto/2024. Em uma primeira análise, o uso do kit demonstrou resultados positivos. Durante a apresentação do projeto para a turma, os alunos tiveram uma boa interação entre eles e com o professor. Inicialmente foram apresentados alguns conceitos físicos referentes ao corpo rígido e seus tipos de movimento. Em seguida, para motivar os alunos, foi exibido vídeo, mostrando uma corrida de corpos rígidos em um plano inclinado; porém, antes de exibir o vídeo, o professor questionou a turma sobre qual corpo chegaria primeiro e o motivo, e nesse instante, os alunos deram diversas respostas diferentes, referente a chegada do corpo vencedor. A análise dos dados colhidos nessa aula experimental está em elaboração.

## CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

D. S. Maeda formulou a introdução teórica, metodologia, construiu o aparato e executou o experimento. C. A. da Rocha contribuiu com a análise de dados e revisão do texto. Ambos os autores atuaram na redação do trabalho e aprovaram a versão submetida.

## AGRADECIMENTOS

D. S. Maeda agradece ao CNPq pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- BENDER, Willian N. **Aprendizagem Baseada em Projetos**: Educação diferenciada para o século XXI. Porto Alegre: Penso, 2014.
- FREIRE, Paulo **Introdução à psicologia escolar**, 1997 - Casa do Psicólogo São Paulo.
- HENRIQUES, Vera B.; PRADO, Carmen P. C.; VIEIRA, André P. Editorial convidado: *Aprendizagem ativa*. **Revista Brasileira de Ensino de Física**: Carta do Editor. São Paulo, v. 36, n. 4, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1806-11172014000400001>. Acesso em: 18 jun. 2023
- IAG-USP 2018 - **Referência gravimétrica no Estado de São Paulo** - <https://drive.google.com/file/d/1qBmK7jh7We45QPLeqmHio6cfTJfGz2p/view>. Acessado em Ago 21, 2024.
- MOREIRA, Marco A. *Grandes desafios para o ensino da Física na educação contemporânea*. **Revista do Professor de Física**. Brasília, v.1, n.1, p.1-13, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/7074>. Acesso em: 18 jun. 2023.
- MORAN, José. **As Mídias na Educação**. São Paulo, 2007. Disponível em [http://www2.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias\\_eduacao/midias\\_educ.pdf](http://www2.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_eduacao/midias_educ.pdf) . Acesso em: 29 mai. 2023.
- SEARS, Francis W.; ZEMANSKY, Mark W.; YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. **Física I: Mecânica**. v. 1, 14. ed. São Paulo, SP: Pearson Education do Brasil, 2016.
- VUOLO, José Henrique - **Fundamentos da Teoria de Erros** - Editora E. Blucher, 250p, 2ª edição 1996, ISBN 8521200560.