

15º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2024

CORRELAÇÕES SIMPLIFICADAS PARA DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSOLT EM CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES VERTICAIS

MARCOS VINÍCIOS DOS SANTOS¹, PAULO CESAR MIORALLI², ELSON AVALLONE³

¹ Graduando em Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação, Bolsista PIBIC/CNPq, IFSP, Câmpus Catanduva, m.vinicios@aluno.ifsp.edu.br.

² Doutor em Engenharia Mecânica, Docente, IFSP, Campus Catanduva, mioralli@ifsp.edu.br.

³ Doutor em Engenharia Mecânica, Docente, IFSP, Campus Catanduva, elson.avallone@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 3.05.01.01-6 Transferência de Calor

RESUMO: Em processos de transferência de calor por convecção natural em cavidades verticais, a utilização de correlações para a determinação do número de Nusselt constitui-se em um método de fácil aplicação para a estimativa do coeficiente convectivo de transferência de calor. Tais correlações são majoritariamente dependentes do número de Rayleigh e, muitas delas, também da razão de aspecto, parâmetro que relaciona a altura com o espaçamento entre as paredes verticais da cavidade. Algumas dessas correlações possuem como ponto negativo o seu formato matemático, que pode ser extenso e com certa complexidade. Ademais, a literatura é escassa de correlações com aplicabilidade para regime laminar e valores elevados da razão de aspecto. As correlações propostas em um artigo específico da literatura se enquadram nas condições supramencionadas. Assim, este trabalho propõe correlações com formato matemático simples, a partir da aplicação da técnica de regressão linear multivariável sobre um conjunto de dados advindos das correlações da literatura, visando permitir com que estimativas rápidas de troca térmica possam ser realizadas. Os resultados obtidos pelas novas correlações apresentaram concordância superior a 90% com o conjunto de dados advindos das correlações da literatura, considerando uma diferença máxima de 10% entre eles.

PALAVRAS-CHAVE: transferência de calor; análise computacional; convecção natural; cavidades.

SIMPLIFIED CORRELATIONS FOR DETERMINING THE NUSSOLT NUMBER IN NATURAL CONVECTION IN VERTICAL CAVITIES

ABSTRACT: In natural convection heat transfer processes in vertical cavities, the use of correlations to determine the Nusselt number is an easy-to-apply method for estimating the convective heat transfer coefficient. Such correlations are mostly dependent on the Rayleigh number and, many of them, also on the aspect ratio, a parameter that relates the height to the spacing between the vertical walls of the cavity. Some of these correlations have as a negative point their mathematical format, which can be extensive and somewhat complex. Furthermore, the literature is scarce of correlations that can be applied to laminar regimes and high aspect ratio values. The correlations proposed in a specific manuscript of the literature fit the aforementioned conditions. Thus, this work proposes correlations with a simple mathematical format, based on the application of the multivariate linear regression technique on a set of data from correlations in the literature, aiming to allow rapid estimates of heat exchange to be made. The results obtained by the new correlations showed an agreement of over 90% with the data set from the correlations in the literature, considering a maximum difference of 10% between them.

KEYWORDS: heat transfer; computational analysis; natural convection; cavities.

INTRODUÇÃO

A transferência de calor por convecção natural em cavidades verticais é um processo fundamental em várias aplicações de engenharia, tais como isolamento térmico em edificações e refrigeração de

dispositivos eletrônicos. Este fenômeno ocorre quando um fluido, como o ar, é aquecido e se movimenta naturalmente devido a diferenças de densidade provocadas por variações de temperatura. No entanto, a natureza deste processo é complexa. O movimento do fluido e a subsequente transferência de calor são influenciados por múltiplos fatores, incluindo a geometria da cavidade, as propriedades do fluido e as condições de contorno térmico. Essa complexidade é evidenciada em pesquisas realizadas ao longo das décadas, como as de Ostrach (1988), Zhao *et al.* (1998), Altaç e Ugurlubilek (2016) e Rincón-Casado *et al.* (2017). Diversos pesquisadores recorrem ao uso de algoritmos numéricos implementados com sistemas de equações diferenciais que correlacionam os aspectos térmicos e dinâmicos do fluxo para a análise do fenômeno e obtenção de resultados. Contudo, essa metodologia requer por vezes tempo significativo de simulação, tornando-se inviável quando se deseja uma estimativa rápida para a troca térmica no interior da cavidade. O uso de correlações de Nusselt é uma alternativa que oportuniza aproximações razoáveis para tal análise, constituindo-se ainda em uma abordagem bastante acessível e de menor complexidade. Todavia, algumas correlações têm como ponto negativo o fato de serem extensas, intrincadas ou com certa complexidade na forma matemática. Em contraponto a este aspecto, neste trabalho foram desenvolvidas correlações com formato matemático simples para investigação da transferência de calor por convecção natural em cavidades verticais preenchidas com ar, a partir da aplicação de regressão linear multivariável sobre um conjunto de resultados obtidos pelas correlações complexas de Zhao *et al.* (1998).

MATERIAL E MÉTODOS

Bergman e Lavine (2020) e Çengel e Ghajar (2020) explicam que uma cavidade vertical é um espaço fechado, dentro do qual ocorre um processo de convecção natural. A Figura 1 mostra uma cavidade vertical preenchida com ar, delimitada por duas paredes paralelas que têm temperaturas distintas, T_1 e T_2 , sendo $T_1 > T_2$. Essa diferença de temperatura induz a circulação do ar dentro da cavidade, com consequente transferência de calor por convecção natural da parede mais quente para a mais fria. Os parâmetros H e L representam, respectivamente, a altura da cavidade e a distância entre as paredes, sendo essenciais para a obtenção da razão de aspecto (H/L).

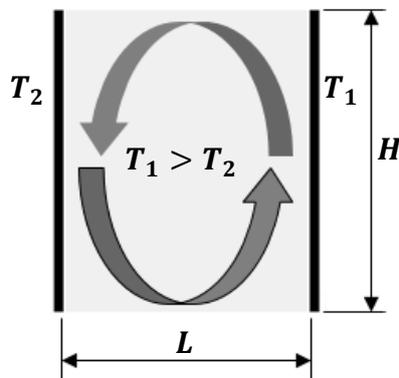


Figura 1. Típica cavidade vertical. Fonte: Autoria própria.

Uma forma de avaliar a transferência de calor por convecção natural em cavidades verticais é por meio de correlações do número de Nusselt Nu_L , as quais são baseadas em dados experimentais e/ou simulações numéricas. Estas correlações são tipicamente formuladas em relação ao número de Rayleigh Ra_L e, algumas delas, também englobam a razão de aspecto (H/L), sendo cruciais para estimar o coeficiente convectivo de transferência de calor no interior da cavidade.

Correlações cuja aplicabilidade seja para convecção natural em cavidades considerando regime laminar de escoamento (baixos valores de Rayleigh), conjuntamente com valores elevados de razão de aspecto, são muito pouco encontradas na literatura. Atendendo a estes requisitos, têm-se duas correlações, Eqs. (1) e (2), propostas por Zhao *et al.* (1998), desenvolvidas a partir de resultados numéricos computacionais. A Eq. (1) é aplicável para $5 \leq (H/L) < 30$ e a Eq. (2) para $30 \leq (H/L) \leq 110$. Ambas as correlações são válidas para número de Prandtl $Pr = 0,71$ e $Ra_L \leq 20.000$.

$$Nu_L = \left\{ 1 + \left(\frac{0,788335 \left\{ \left[1,42227 - \frac{1,41845}{(H/L)} \right] \frac{Ra_L}{(H/L)} \right\}^{0,881073}}{139,677 + \left\{ \left[1,42227 - \frac{1,41845}{(H/L)} \right] \frac{Ra_L}{(H/L)} \right\}^{0,724505}} \right)^2 \right\}^{0,5} \quad (1)$$

$$Nu_L = \left\{ 1 + 0,00044265 \left[\frac{Ra_L}{(H/L)} \right]^{1,36869} \right\}^{0,326071} \quad (2)$$

Um programa computacional foi escrito em linguagem *Python* de programação, no qual foram inseridas as correlações de Zhao *et al.* (1998). A partir da variação dos parâmetros número de Rayleigh Ra_L e razão de aspecto (H/L) , com pequenos intervalos preestabelecidos para cada um deles, um extenso conjunto de dados para o número de Nusselt foi obtido com o uso das correlações, respeitando-se a faixa de aplicabilidade de cada uma delas. Os dados foram armazenados e posteriormente tratados com regressão linear multivariável por meio do próprio programa desenvolvido em *Python*.

Para o desenvolvimento de correlações de Nusselt em formato matemático simplificado, foi utilizado o prescrito por Bejan (1979) que alega que, de modo geral, o número de Nusselt em análise de convecção natural no interior cavidades verticais obedece a relação a seguir, na qual C , m e n correspondem a constantes que são funções de Ra_L e (H/L) .

$$Nu_L = C Ra_L^n (H/L)^m \quad (3)$$

As correlações propostas neste trabalho obedecem ao formato da Eq. (3), considerando diferentes faixas Ra_L e (H/L) e sendo válidas para cavidades preenchidas com ar cujo $Pr = 0,71$.

Para linearizar a Eq. (3) pode-se aplicar logaritmo neperiano em ambos os lados da equação e utilizar propriedades de logaritmos, de forma que:

$$\ln(Nu_L) = \ln[C Ra_L^n (H/L)^m] \Rightarrow \ln(Nu_L) = \ln(C) + n \cdot \ln(Ra_L) + m \cdot \ln(H/L) \quad (4)$$

Definindo $\ln(Nu_L) = Y$, $\ln(C) = A$, $\ln(Ra_L) = X$ e $\ln(H/L) = Z$, a Eq. (4) é reescrita na forma linearizada como:

$$Y = A + nX + mZ \quad (5)$$

Com o conjunto de dados obtidos em conformidade com a Eq. (5) linearizada, a regressão linear multivariável pode ser aplicada. Nesse processo, as constantes A , n e m são obtidas para cada correlação proposta neste trabalho. Deve ser notado que na forma linearizada será obtida a constante A em vez da constante C , que aparece na Eq. (3), porém como $\ln(C) = A$, então $C = e^A$.

Para a geração das correlações simplificadas de Nusselt, foi estabelecido um critério de aceitação baseado em dois critérios: 1° diferença percentual entre os resultados obtidos pelas correlações de Zhao *et al.* (1998) e os advindos das correlações desenvolvidas de no máximo 10% e; 2° considerando a totalidade do conjunto de dados obtidos, que 90% dos resultados advindos das correlações desenvolvidas estejam em concordância com os resultados calculados pelas correlações de Zhao *et al.* (1998) dentro do estabelecido pelo critério anterior. Este método de avaliação foi aplicado e analisado para diversas faixas de Ra_L e (H/L) . As faixas que não alcançaram o limiar de aceitabilidade foram subdivididas em intervalos menores, visando ajustes mais finos em busca de resultados que atendessem ao critério de aceitação.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir do programa computacional, com o conjunto de dados obtidos pelas correlações de Zhao *et al.* (1998) devidamente tabulados, um procedimento empírico foi realizado em busca de equações de Nusselt simplificadas, de forma que a regressão linear multivariável foi aplicada várias vezes sob esse conjunto de dados, considerando diversas subdivisões para as faixas de valores de Ra_L e (H/L) . Após inúmeros testes realizados, com o desenvolvimento de várias correlações, foram estabelecidas quatro correlações de Nusselt simplificadas, as quais são mostradas na Tabela 1 e estão

dentro do critério de aceitação previamente definidos. Todas as correlações desenvolvidas são válidas para $10^3 \leq Ra_L \leq 2 \cdot 10^4$.

Tabela 1. Correlações desenvolvidas para Nusselt, com faixa de aplicabilidade de (H/L) e critério de aceitação.

Correlação	Faixa de (H/L)	Critério de aceitação (%): Percentual de concordância da totalidade dos dados dentro de 10% de diferença
$Nu_L = 0,5011Ra_L^{0,1881} (H/L)^{-0,2225}$	$5 \leq (H/L) \leq 30$	92,86
$Nu_L = 0,9086Ra_L^{0,1097} (H/L)^{-0,1828}$	$30 < (H/L) \leq 60$	100,00
$Nu_L = 1,03Ra_L^{0,0712} (H/L)^{-0,1286}$	$60 < (H/L) \leq 80$	100,00
$Nu_L = 1,0736Ra_L^{0,0513} (H/L)^{-0,0975}$	$80 < (H/L) \leq 110$	100,00

Considerando a totalidade dos dados obtidos, referente às quatro correlações apresentadas na Tabela 1, a Figura 2 mostra um histograma com as diferenças percentuais entre os resultados obtidos pelas correlações de Zhao *et al.* (1998) e os calculados pelas correlações propostas na Tabela 1. Nota-se que a imensa maioria dos dados apresenta diferença percentual inferior a 10%. Os dados do histograma que apresentam diferença percentual superior a 10% correspondem a alguns relacionados à primeira correlação apresentada na Tabela 1. Os valores positivos no eixo das abcissas do histograma correspondem aos casos em que os valores obtidos pelas correlações propostas na Tabela 1 superestimam os valores obtidos pelas correlações de Zhao *et al.* (1998), enquanto que os valores negativos indicam o contrário.

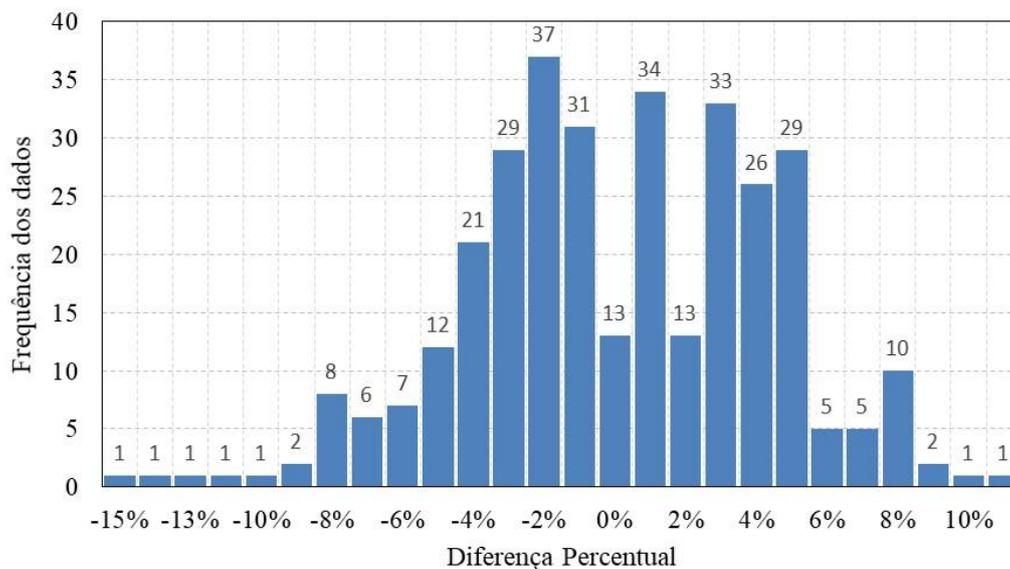


Figura 2. Histograma com diferenças percentuais entre os resultados.

A Figura 3 representa um gráfico de dispersão que inclui a totalidade dos dados analisados, ilustrando uma comparação entre os valores de Nusselt preditos pelas correlações da Tabela 1 (Nu_{L_pred}) e os observados pelas correlações de Zhao *et al.* (1998) (Nu_L). A linha tracejada corresponde à linha ideal que representa uma correspondência perfeita entre os valores preditos e observados, servindo como referência para avaliar a precisão das previsões feitas pelos modelos. A proximidade dos pontos do gráfico à linha ideal indica uma boa concordância entre os valores preditos e os observados, especialmente em escalas menores para os valores de Nusselt, onde os dados tendem a agrupar-se mais próximo da linha ideal. Observa-se, de maneira geral, que os dados estão próximos à linha ideal, indicando uma previsão aceitável do número de Nusselt pelas correlações da Tabela 1 para as condições analisadas. No entanto, nota-se que para maiores valores de Nusselt, os dados apresentam maior desvio

da linha ideal, sugerindo que os modelos podem ser menos confiáveis para previsões de Nusselt nestes casos.

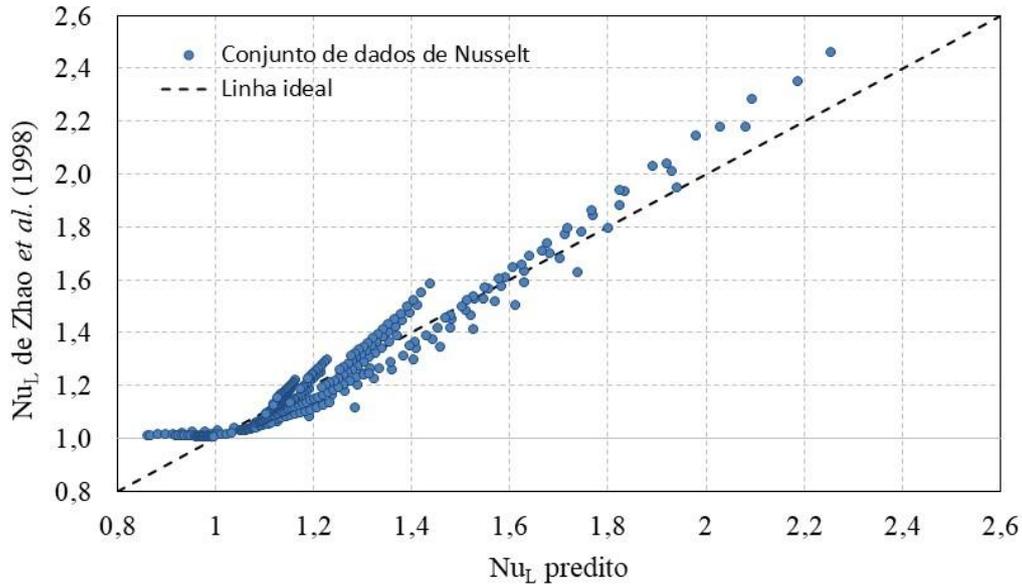


Figura 3. Dispersão dos resultados em relação à linha ideal.

A Figura 4 apresenta os valores de Nu_L preditos pelas correlações da Tabela 1 e os observados pelas correlações de Zhao *et al.* (1998) em função de Ra_L para quatro valores de (H/L) , cada um pertencente ao intervalo de uma das correlações da Tabela 1. Observa-se na Figura 4 que, quanto menor a razão de aspecto (H/L) , maior tende a ser a diferença entre os valores de Nusselt preditos e observados, indicando que as correlações de Nusselt propostas, cujas faixas de aplicabilidade sejam para valores mais baixos de (H/L) , preveem os resultados de Nusselt com menor confiabilidade quando comparadas com as correlações desenvolvidas que englobam valores maiores de (H/L) . Outro aspecto mostrado pela Figura 4 é que, para cada (H/L) especificado, o distanciamento entre os valores de Nusselt preditos e observados aumenta à medida em que se aumenta o número de Rayleigh.

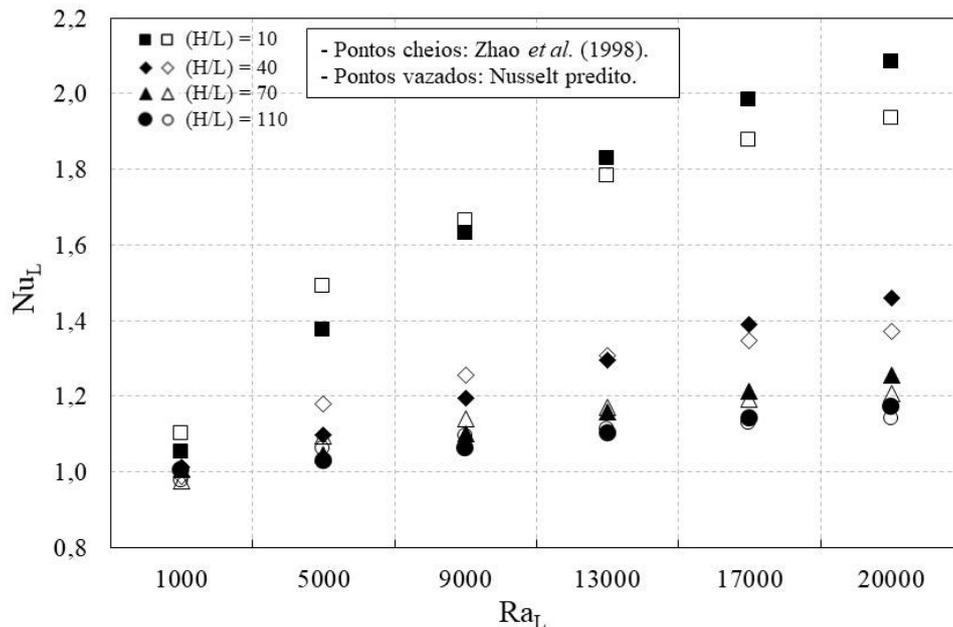


Figura 4. Variação de Nu_L preditos e observados em função de Ra_L para quatro valores de (H/L) .

CONCLUSÕES

Este trabalho propôs correlações simples para a estimativa do número de Nusselt na análise de convecção natural em cavidades verticais. A aplicação da técnica de regressão linear multivariável permitiu desenvolver correlações que agregam resultados satisfatórios e fácil manuseio, fornecendo uma ferramenta valiosa para pesquisadores e profissionais da área.

A investigação revelou ainda a complexidade matemática de correlações da literatura. A simplicidade do modelo matemático desenvolvido, comparativamente a correlações e métodos mais complexos propostos por outros autores, confirma a viabilidade dessas correlações para aplicações práticas reais onde estimativas rápidas para o coeficiente convectivo de transferência de calor são essenciais.

Maiores refinamentos nas faixas de Rayleigh e de (H/L) sobre o conjunto de dados obtidos a partir das correlações de Zhao *et al.* (1998) poderiam implicar no desenvolvimento de correlações com taxa de aceitação maior do que a proposta neste trabalho e também em diferenças entre os resultados inferiores aos 10% adotados. Contudo, possivelmente seria gerada uma quantidade maior de correlações simplificadas, o que minimizaria a simplicidade de aplicação da proposta.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

M.V.S. escreveu o código computacional e procedeu com a realização dos testes e obtenção das correlações. P.C.M. possibilitou a metodologia, contribui com aplicações e com a apresentação dos resultados. E.A. atuou com contribuições intelectuais significativas. Todos os autores contribuíram com a revisão do trabalho e aprovaram a versão submetida.

AGRADECIMENTOS

Ao programa PIBIC/CNPq/IFSP pelo suporte.

REFERÊNCIAS

ALTAÇ, Z.; UGURLUBILEK, N. Assessment of turbulence models in natural convection from two- and three-dimensional rectangular enclosures. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 107, p.237-246, 2016.

BEJAN, A. Note on Gill's solution for free convection in a vertical enclosure. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 90, n. 3, p. 561-568, 1979.

BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S. **Fundamentals of heat and mass transfer**. 8. ed. New York: Wiley, 2020.

ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Heat and mass transfer: fundamentals and applications**. 6. ed. New York: McGraw-Hill, 2020.

OSTRACH, S. Natural Convection in Enclosures. **Journal of Heat Transfer**, v. 110, p. 1175-1190,1988.

RINCÓN-CASADO, A.; SÁNCHEZ DE LA FLOR, F. J.; CHACÓN VERA, E.; SÁNCHEZ RAMOS, J. New natural convection heat transfer correlations in enclosures for building performance simulation. **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics**, v. 11, n. 1, p. 340-356, 2017.

ZHAO, Y.; CURCIJA, D.; POWER, J. P.; GOSS, W. P. Improved heat transfer correlations for quantifying laminar natural convection across fenestration glazing cavities. **Thermal Performance of the Exterior Envelopes of Buildings VII**. Conference Proceeding, ASHRAE, 1998.