

- **15º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2024**

Construções geométricas aplicadas ao Cálculo

Mateus R. Martins¹, Cecília P. Andrade²

1 Estudante do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Bolsista PIBIFSP - IFSP Câmpus Campinas, rodrigues.mateus1@aluno.ifsp.edu.br;

2 Professora do IFSP – Campus campinas, Doutorado em matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas – Unicamp cecilia.andrade@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.01.03.00-7 Geometria e Topologia

RESUMO: O computador tornou-se uma ferramenta cada vez mais presente e essencial em nosso cotidiano escolar. Este projeto, utilizando a calculadora gráfica Desmos, visa desenvolver construções geométricas para conteúdos matemáticos. A pesquisa será dividida em duas etapas: a primeira consistirá em uma revisão bibliográfica para compreender o software e selecionar os conteúdos a serem explorados. Na segunda etapa, uma pesquisa aplicada, serão elaboradas sequências didáticas com instruções passo a passo para auxiliar professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem. Espera-se que o uso dessas novas tecnologias facilite o aprendizado e motive os alunos a participarem das aulas.

PALAVRAS-CHAVE: Exemplificação; Matemática; Construção; Visualização; Calculadora

Geometric constructions applied to calculus

ABSTRACT: The computer has become an increasingly present and essential tool in our daily classroom activities. This project, using the Desmos graphing calculator, aims to develop geometric constructions for mathematical content. The research will be divided into two stages: the first will involve a literature review to understand the software and select the content to be explored. In the second stage, an applied research phase, instructional sequences will be developed with step-by-step instructions to assist teachers and students in the teaching-learning process. It is hoped that the use of these new technologies can be extended to other subjects.

KEYWORDS: Exemplification; Mathematics; Construction; visualization; Calculator

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, diversas pesquisas mostram o baixo desempenho no que diz respeito ao nível de aprendizagem dos alunos em matemática, como Bimbati (2023), que afirma que "O percentual de alunos com baixo desempenho em matemática é de 31% nos países da OCDE, 'clube dos ricos' — enquanto no Brasil é de 73%", além de nos trazer a notícia de que 7 a cada 10 alunos não sabem o mínimo de matemática. Assim, a preocupação consequente de tais problemas é muito numerosa, diferente e difícil, e seria pretensioso abranger esses problemas em sua totalidade, principalmente em uma pesquisa como essa. Sendo assim, apresentaremos uma parte desses problemas, que, aos nossos olhos, impactam de forma significativa o ensino e aprendizado da matemática.

De acordo com Santos et al. (2007), o professor deve fazer o aluno ter um contato atrativo com a matemática para, assim, obter o melhor do aluno no aprendizado. Uma das maneiras de fazer o aluno ter uma experiência mais cordial com a matemática é permitindo que ele visualize e compreenda o que está fazendo, de modo que o aluno possa enxergar o mesmo que o autor de determinada aula ou livro enxergava ao criar determinada aula ou teorema.

Diante disso, o objetivo desta pesquisa é utilizar softwares matemáticos, em particular o software Desmos, para dar vida às aulas e auxiliar na compreensão dos alunos através de construções geométricas dinâmicas que exemplifiquem todo o raciocínio por parte do autor de uma aula.

MATERIAL E MÉTODOS

Segundo Figueiredo (2008), este projeto de pesquisa possui uma abordagem quali-quantitativa, de caráter aplicado e exploratório. Como estamos tratando das dificuldades dos alunos nas áreas de exatas, inicialmente, será feita uma pesquisa bibliográfica em busca das melhores formas de aplicar a visualização em aula e verificar sua eficácia. Em seguida, prosseguiremos com a construção de gráficos que exemplifiquem a matemática, abrangendo uma grande parte da mesma, de modo a simplificar e auxiliar os alunos nas áreas de exatas. Para tanto, através do software matemático Desmos, fizemos construções que exemplificassem conceitos do cálculo, dentre eles o cálculo de área e o comprimento de curva. Logo após, criamos um arquivo para ensinar outras pessoas a fazer as mesmas construções em sala de aula ou para estudo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A matemática é uma disciplina que apresenta um déficit de conhecimento por parte das pessoas e até por alunos do ensino superior. Nesse sentido, tratamos de construções geométricas para exemplificação e melhor síntese dos conteúdos. Santos (2014, p. 84) afirma que a geometria dinâmica não contribui apenas para concretizar determinado conceito de natureza geométrica, mas também para a concretização de conceitos de natureza algébrica. Ele também nos apresenta a visualização por meio de argumentação e a visualização da argumentação.

Assim, o software Desmos se mostra de grande ajuda, pois é uma calculadora gráfica tanto 2D, 3D quanto geométrica, que tem uma vasta gama de comandos e funções, permitindo que se possa construir praticamente qualquer coisa nele, desde que se tenha o conhecimento necessário para isso. No Desmos 2D, já foram produzidas construções referentes às demonstrações de: derivada, soma de Riemann, comprimento de curva, função fatorial e sua derivada (função gama e sua derivada), funções

trigonométricas, representação geométrica das funções trigonométricas no círculo unitário e rotação de função. E no 3D, foram feitas construções referentes às demonstrações de curvas de nível, superfícies de revolução e plano tangente.

Para exemplificar como ficam as construções apresentaremos aqui a de soma de Riemann:

Passos:

- 1- Com o Desmos aberto, no canto esquerdo da tela, clique no  e clique em expressão ou simplesmente clique na barra abaixo do ícone e escreva $f(x)=...$ e uma expressão a sua escolha.
- 2- Crie a variável “a” e a variável “b”, para isso adicione uma expressão e digite $a=2$ que aparecerá um cursor deslizante para “a”. Faça o mesmo para b.
- 3- Crie a variável “n” da mesma maneira que fez para “a” e “b”, mas desta vez mude os limites de “n” para 0 e 100, desta maneira:



- 4- Crie uma lista “i” que vá de 0 até n-1, para isso adicione outra expressão, mas desta vez escreva $i = [0,1 \dots n - 1]$ (os três pontos devem ser escritos dentro do desmos).

- 5- Crie uma expressão e insira a constante $D = \frac{b-a}{n}$

- 6- Delimite a área para demonstração, para isso adicione duas expressões, sendo a primeira: $0 \leq y \leq f(x)\{a < x < b\}$ e a segunda: $0 \geq y \geq f(x)\{a < x < b\}$

- 7- Crie outra expressão e escreva: $polygone\left((a + iD, 0), (a + (i + 1)D, 0), (a + (i + 1)D, f(a + (i + 1)D)), (a + iD, f(a + (i + 1)D))\right)$

O gráfico já está pronto, agora basta achar uma fórmula para calcular a soma das áreas de todos estes retângulos e aproximar a área sob a curva, como todos retângulos tem a base de mesmo tamanho, que é $\frac{b-a}{n}$ e a altura de cada retângulo é $f\left(a + j\frac{b-a}{n}\right)$ onde $\{j \in \mathbb{Z} \mid 0 < j \leq n\}$ e, portanto, a soma da área de cada retângulo é $\sum_{j=1}^n \left(\frac{b-a}{n} \cdot \left|f\left(a + j\frac{b-a}{n}\right)\right|\right)$

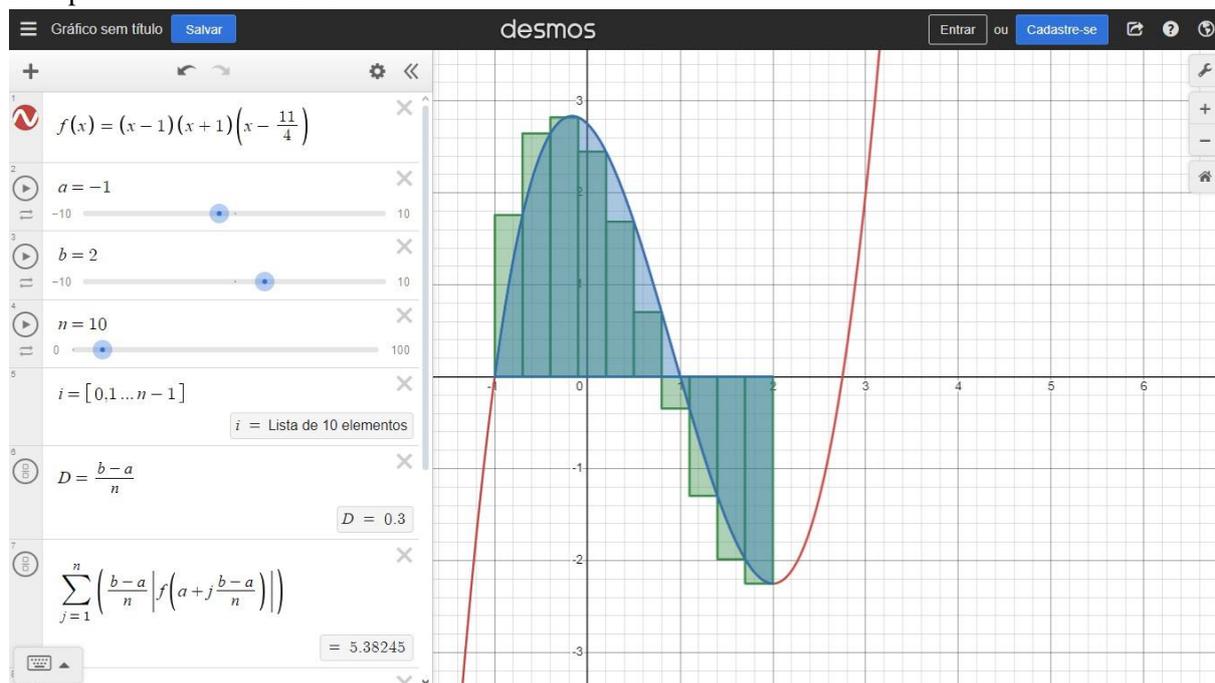
- 8- Em uma nova expressão vá ao canto inferior esquerdo clique no ícone  e vá para a aba de funções, procure o somatório, clique nele e escreva: $\sum_{j=1}^n \left(\frac{b-a}{n} \cdot \left|f\left(a + j\frac{b-a}{n}\right)\right|\right)$ esta expressão calcula a soma das áreas dos retângulos. Como quanto maior for o valor de n mais precisa será a área sob a curva de $f(x)$ em que $a < x < b$ por:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{j=1}^n \left(\frac{b-a}{n} \cdot \left|f\left(a + j\frac{b-a}{n}\right)\right|\right)\right)$, que pode ser escrita de maneira alternativa como a integral $\int_a^b |f(x)| dx$

- 9- Em uma nova expressão clique novamente no ícone  volte para a aba de funções e procure a integral, clique e escreva: $\int_a^b |f(x)| dx$ Essa expressão calcula a área exata sob a curva. Agora basta

variar “n” e ver a área dos retângulos se aproximarem da área sob a curva e o somatório se aproximar da integral.

Exemplo de como deve ficar:



CONCLUSÕES

Após nossas leituras, percebemos a necessidade de uma melhor didática nas escolas e universidades, uma vez que uma gama de alunos, até mesmo do ensino superior, tem dificuldades na síntese dos conteúdos de matemática. Para tanto, apresentamos uma maneira de auxiliar o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes, melhorando a facilidade com que sintetizam o conteúdo.

Acreditamos que a exemplificação e visualização através de construções geométricas dinâmicas facilitam o entendimento e a capacidade de argumentação por parte dos alunos, tornando-os cada vez mais interessados e curiosos em relação ao conteúdo, formando, assim, profissionais cada vez melhores e mais preparados. Dessa forma, oferecemos uma maneira de visualizar melhor as aulas de matemática através de construções geométricas, replicando o mesmo raciocínio que os autores dos conteúdos ou até mesmo aqueles que sabem o conteúdo veem, para aqueles que não conseguem ver.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

M.R.M. contribuiu para a produção dos gráficos, o que possibilitou um grande desenvolvimento de pensamento ao precisar estudar de maneira profunda os conteúdos para conseguir reproduzir o raciocínio por trás deles nos gráficos, dando-lhe a oportunidade de fixar ainda mais seus conhecimentos. Além disso, contribuiu para a produção da revisão bibliográfica.

Todos os autores contribuíram para a revisão do trabalho e aprovaram a versão submetida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Instituto Federal pela bolsa de pesquisa, permitindo-me trabalhar com o que gosto começar meu aprendizado como pesquisador.

REFERÊNCIAS

- 1 FIGUEIREDO, Nélia Maria Almeida de (org.). Método e metodologia na pesquisa científica. 3. ed. São Paulo: Yendis, 2008.
- 2 SANTOS, Alessandra Hendi dos. Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização. 2014.
- 3 SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. Dificuldades na aprendizagem de Matemática. Monografia de Graduação em Matemática. São Paulo: UNASP, 2007