

## 15º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2024

### O ESTOJO DE FRAÇÕES COMO RECURSO DIDÁTICO PARA A COMPREENSÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

DANIELA C. FONSECA<sup>1</sup>, IRACEMA H. I. ARASHIRO<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática, Bolsista IFSP, Campus Bragança Paulista, [dani.fonseca@alunos.ifsp.edu.br](mailto:dani.fonseca@alunos.ifsp.edu.br)

<sup>1</sup> Professora de Matemática do IFSP, Campus Bragança Paulista, email [iracema.arashir@ifsp.edu.br](mailto:iracema.arashir@ifsp.edu.br)

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 7.08.04.02-8 Métodos e Técnicas de Ensino

#### RESUMO:

O ensino e a aprendizagem de frações são processos complexos, que necessitam do uso de metodologias que facilitem a compreensão dos estudantes. Este estudo investiga como a utilização de um material manipulativo, conhecido como Estojo de Frações, possibilita a compreensão e a aprendizagem de equivalência, adição e subtração de frações desses estudantes. O estudo está sendo desenvolvido em duas turmas de sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública. A avaliação inicial demonstrou que aproximadamente  $\frac{2}{3}$  dos estudantes reconhecem a fração como parte de um inteiro. Além disso, metade dos estudantes realizava a adição de duas frações como soma dos numeradores sobre a soma dos denominadores. Após algumas atividades utilizando o Estojo de Frações, a maior parte dos estudantes conseguiu realizar a adição de frações de maneira correta.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensino e aprendizagem de frações; materiais manipulativos e jogos; frações equivalentes; adição e subtração de frações.

### THE FRACTIONS CASE AS A TEACHING RESOURCE FOR UNDERSTANDING MATHEMATICAL CONCEPTS IN ELEMENTARY EDUCATION

#### ABSTRACT:

Teaching and learning fractions are complex processes that raise the need to use methodologies that help students' understanding. This study investigates how the use of a manipulative material, known as Fraction Case, enables students to understand and learn equivalence, addition and subtraction of fractions. The study is being developed in two sixth-grade classes at a public school. The initial assessment showed that approximately two-thirds of the students recognize the fraction as part of a whole. Furthermore, half of the students added two fractions as the sum of the numerators over the sum of the denominators. After some activities using the Fraction Case, most students were able to add fractions correctly.

**KEYWORDS:** Teaching and learning fractions; manipulative materials and games; equivalent fractions; addition and subtraction of fractions.

## INTRODUÇÃO

As dificuldades que muitos estudantes apresentam ao lidar com frações são objeto de estudo de alguns pesquisadores como Bertoni (2008), Gois (2014), Silva, Baldin e Martins (2018) e Almeida e Ribeiro (2021). Essas dificuldades são atribuídas a vários fatores, entre os quais destaca-se o conceito de frações que envolve vários significados, como o de parte-todo e razão, por exemplo, e perpassa a relação de equivalência e os significados das quatro operações. Bertoni (2008) centra a aprendizagem das frações na construção de um número, explicitando o que vem a ser esse número e o que ele quantifica, bem como suas relações com os números naturais. Bertoni (2008, p. 211) alega que

Infelizmente, tanto do ponto de vista da compreensão conceitual, quanto do entendimento, aplicação e resolução corretos das operações, as deficiências na aprendizagem dos números fracionários e, de modo mais geral, dos racionais, persistem longamente, não encontrando, por vezes, possibilidades de superação ao longo do ensino básico.

A aprendizagem depende fortemente da metodologia utilizada pelo professor e é recomendável diversificar as estratégias de ensino. Lorenzato (2012), um dos entusiastas do uso de materiais manipulativos, acredita que eles facilitam a realização da redescoberta, na percepção de propriedades e na construção de uma aprendizagem efetiva. Nesse sentido, Gois (2014) utilizou o Estojo de Frações (Silva; Baldin e Martins, 2018) e percebeu que "ao longo do ano os estudantes começaram a argumentar mais sobre suas conjecturas e que eles conseguiam atribuir significados à parte-todo das frações e às operações básicas". Sendo assim, o objetivo desta pesquisa é investigar como a utilização do Estojo de Frações possibilita a compreensão e a aprendizagem de equivalência, adição e subtração de frações dos estudantes dos sextos anos do ensino fundamental.

## MATERIAL E MÉTODOS

A primeira parte deste estudo foi realizada em seis aulas de 45 minutos com duas turmas de sextos anos do ensino fundamental de uma escola pública de Bragança Paulista. Foi realizada uma avaliação diagnóstica para avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre frações. A avaliação diagnóstica teve nove questões sendo quatro de identificação de frações e equivalências a partir de figuras, uma questão de leitura de frações, uma de adição de frações com denominadores iguais contendo quatro itens, uma questão de adição de frações com denominadores diferentes contendo três itens e dois problemas envolvendo frações. Essa avaliação foi necessária para identificar o conhecimento prévio dos estudantes, pois seria importante que os estudantes reconhecessem as frações, mesmo que ainda não soubessem a adição e subtração de frações.

Em seguida, foi desenvolvida uma sequência de atividades a partir da proposta de Silva, Baldin e Martins (2018, p. 9-18) para apresentar o Estojo de Frações e os estudantes se familiarizassem com o material manipulativo. Em outro momento, uma atividade envolvendo adição de frações de mesmo denominador foi realizada e seus resultados foram comparados com os da avaliação prévia.

As atividades foram desenvolvidas em grupos de quatro a cinco estudantes que compartilharam o material denominado Estojo de Frações e cada um deles recebeu folhas de atividades que foram recolhidas ao final de cada aula. Nessas folhas os estudantes foram identificados por apelidos de modo a preservar sua identidade.

O Estojo de Frações é um material manipulativo proposto por Silva, Baldin e Martins (2018). Ele é formado por um retângulo representando o inteiro que se encaixa em uma moldura. A partir desse inteiro, outros retângulos menores são obtidos representando as frações correspondentes, por exemplo, a fração  $\frac{1}{4}$  é obtida a partir da divisão do retângulo inicial em quatro partes iguais, dessa forma quatro retângulos correspondentes à fração  $\frac{1}{4}$  compõem o inteiro e se encaixam perfeitamente dentro da moldura e o mesmo ocorre com as frações que variam de  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{1}{12}$ , cada fração sendo representada com uma cor diferente.

Além dessas peças fracionadas que simbolizam as frações de acordo com a quantidade em que o retângulo foi dividido, há folhas de transparências em que o retângulo do inteiro está dividido em partes iguais. As frações impressas em cada folha, quando sobrepostas sobre os retângulos fracionados, possibilita a identificação das peças (Figura 1).



Figura 1: Estojo de Frações.  
Fonte: Elaborada pelos autores.

As folhas de transparências possibilitam ao estudante identificar uma fração de diversas formas, por exemplo, o retângulo azul que representa  $\frac{1}{4}$  pode ser identificado pelas transparências das frações de  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  e  $\frac{1}{12}$ , permitindo que o estudante visualize as equivalências (Figuras 2 a 4).

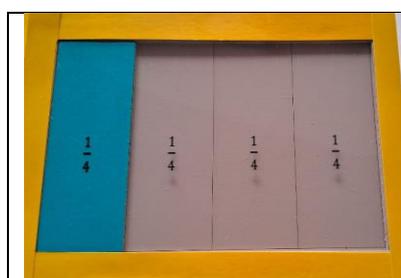


Figura 2: Retângulo  $\frac{1}{4}$  sobreposto pela transparência da fração  $\frac{1}{4}$ .  
Fonte: Elaborada pelos autores.



Figura 3: Retângulo  $\frac{1}{4}$  sobreposto pela transparência da fração  $\frac{1}{8}$ .  
Fonte: Elaborada pelos autores.

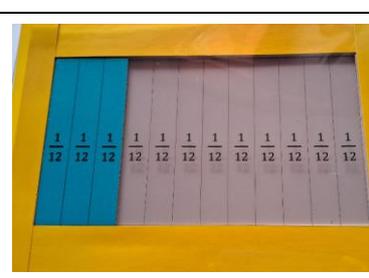


Figura 4: Retângulo  $\frac{1}{4}$  sobreposto pela transparência da fração  $\frac{1}{12}$ .  
Fonte: Elaborada pelos autores.

As peças dos retângulos fracionados permitem a contagem sequencial de frações, por exemplo, se o estudante estiver com os retângulos que representam  $\frac{1}{5}$ , ele pode fazer a contagem  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{4}{5}$  e  $\frac{5}{5}$  da mesma forma que ele faz com os números naturais, dessa forma ele pode associar a ideia de que  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$  é igual a  $\frac{3}{5}$ , assim como  $1 + 2 = 3$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

No geral, os estudantes conseguiram identificar as frações a partir de figuras, no entanto, em relação às equivalências não tiveram sucesso. Foram selecionadas três questões da avaliação diagnóstica para exemplificar os resultados obtidos. A primeira questão (Figura 5) tinha como objetivo avaliar o reconhecimento do estudante quanto à representação da fração como parte-todo.

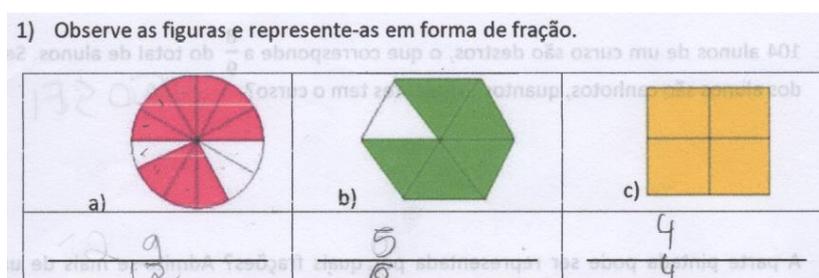


Figura 5: Questão 1 da atividade diagnóstica.  
Fonte: Elaborada pelos autores

Praticamente metade dos estudantes teve dificuldades em relação à identificação das frações. A Tabela 1 apresenta os registros desses estudantes:

TABELA 1. Número de estudantes e tipo de respostas apresentadas na Questão 1.

Tipo de resposta	Nº de estudantes
Quantidade de partes pintadas em relação à quantidade total de partes	17
Quantidade de partes não pintadas em relação à quantidade total de partes	7
Quantidade total de partes em relação à quantidade de partes pintadas	3
Quantidade de partes pintadas em relação à quantidade de partes não pintadas ou o inverso	4
Outras respostas	11
Total	42

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nessa questão, alguns estudantes identificaram a fração representada na figura como quantidade de partes pintadas em relação à quantidade total de partes (40,5%) e outros como a quantidade de partes não pintadas em relação à quantidade total de partes (16,7%). Há ainda registros da fração como quantidade de partes pintadas em relação à quantidade de partes não pintadas ou o inverso (9,5%). E outros registros não especificados neste texto.

A questão a seguir (Figura 6) teve como objetivo identificar se os estudantes conheciam frações equivalentes.

- 7) A parte pintada pode ser representada por quais frações? Admite-se mais de uma alternativa.



- a)  $\frac{1}{2}$     b)  $\frac{2}{4}$     c)  $\frac{4}{8}$     d)  $\frac{4}{4}$     e) nenhuma das anteriores.

Figura 6: Questão 7 da atividade diagnóstica .

Fonte: Elaborada pelos autores

Os resultados mostraram que apenas três dos 42 estudantes souberam indicar todas as frações equivalentes. Metade dos estudantes indicou apenas a fração  $\frac{4}{8}$ . Isso pode ser um indício de que eles estão acostumados a assinalar apenas um item em questões com alternativas ou representar a fração contando a quantidade das partes pintadas sobre a quantidade total de partes.

Na Questão 8, foi solicitado o resultado da adição de duas frações com mesmo denominador. Praticamente metade dos estudantes deu a resposta errada, somando tanto o numerador como o denominador (Figura 7).

8) Calcule

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$
b) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{8}$
c) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{16}$
d) $\frac{2}{12} + \frac{8}{12} = \frac{10}{24}$

Figura 7: Questão 8 da atividade diagnóstica.

Fonte: Elaborada pelos autores

Esse tipo de resultado pode ser devido a “limitações do processo usual de uso de figuras geométricas divididas e pintadas, associadas a um processo de dupla contagem [...]” (Nunes e Bryant, 1997, p. 191 apud Bertoni, 2008, p. 214-215).

Três dos 42 (7,1%) estudantes efetuaram a soma de todos os números das frações  $1/2 + 1/2 = 1+2+1+2=6$  ou  $1/4 + 3/4 = 1+4+3+4=12$  o que mostra que para esses estudantes o conceito de frações ainda não está bem claro.

Responderam corretamente 9,5% dos estudantes, no entanto, metade deles escreveu os dois números na forma decimal, resolveu a adição e finalmente reescreveu a soma na forma fracionária. De acordo com Bertoni (2008, p. 211), “constata-se, também, certo evitamento da notação fracionária, muitas vezes por um não entendimento das mesmas, entre alunos que já conhecem os decimais.”

A diversidade nas respostas mostra que os estudantes usam diversas estratégias para dar um resultado, sendo ele correto ou não.

Após a avaliação diagnóstica, o Estojo de Frações foi apresentado aos estudantes que estavam organizados em grupos. Eles fizeram algumas atividades para o reconhecimento do Estojo de Frações tais como representação das frações, peças de cores iguais para compor o inteiro, comparação de peças que juntas ocupavam o mesmo espaço que outras (equivalências). Em seguida, uma atividade envolvendo adição e subtração de frações de mesmo denominador foi feita. Nas Figura 8 e Figura 9 estão dois dos exercícios dessa atividade.

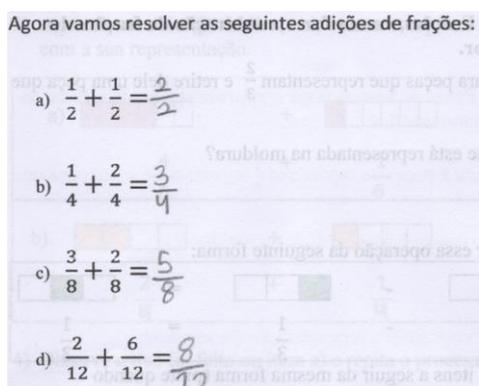


Figura 8: Exemplo de resposta da adição de frações de mesmo denominador.

Fonte: Elaborada pelos autores

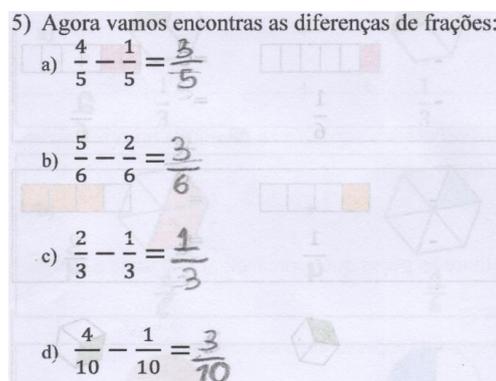


Figura 9: Exemplo de resposta da subtração de frações de mesmo denominador.

O resultado mostrou que, após o uso do Estojo de Frações, os estudantes compreenderam muito bem a adição pois, 86% deles responderam corretamente às questões relativas à adição. A Tabela 2 apresenta os resultados quantitativos da adição de frações.

TABELA 2. Respostas dos estudantes para adição de frações.

Respostas	Nº de estudantes
Respondeu corretamente	42
Respondeu corretamente em parte	3
Não respondeu	4
<b>Total</b>	<b>49</b>

Fonte: Elaborada pelos autores

Foi possível de observar que muitos estudantes visualizaram mentalmente o Estojo de Frações para dar o resultado, por exemplo, para fazer a adição  $1/4 + 2/4$ , ele imaginou que teria que pegar uma peça da fração  $1/4$  e mais duas peças da fração  $1/4$ , totalizando 3 peças da fração  $1/4$  resultando na fração  $3/4$ .

Comparando esse resultado com o obtido na Questão 8 da avaliação prévia em que apenas dois estudantes de um total de 42 (5%) acertaram questões envolvendo adição de frações, há indícios de que o Estojo de Frações pode contribuir para a compreensão da adição de frações de mesmo denominador.

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos até o momento indicam que o Estojo de Frações pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem das operações de frações, pois os estudantes que inicialmente não somavam frações corretamente, passaram a fazê-lo e ainda consideraram essa operação muito fácil. Inicialmente

apenas 9,5% dos estudantes responderam corretamente e após o uso do Estojo de Frações, esse número passou a ser de 86%.

O Estojo de Frações pode ajudar na compreensão de que uma fração é um número que representa parte de um inteiro e que quando simbolizada na forma de um material manipulativo ela pode ser contada, isso vai ao encontro das ideias de Lorenzato de que o material manipulativo pode contribuir na construção de ideias matemáticas, pois ao manuseá-lo ele pode construir seu próprio conhecimento realizando descobertas que o ajudarão a memorizar resultados.

Atividades envolvendo equivalências de frações, adição e subtração com denominadores diferentes ainda serão desenvolvidas, mas alguns estudantes já perceberam as equivalências sobrepondo peças do retângulo fracionado umas sobre as outras e verificando que representam a mesma fração.

Sendo assim, a expectativa em relação ao uso de Estojo de Frações é grande para contribuir no processo de ensino e aprendizagem de frações.

## CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

DCF: Coletou os dados da pesquisa, participou das atividades com os materiais manipulativos, analisou os resultados e contribuiu na redação inicial do trabalho. I.H.I.A: Supervisionou a pesquisa, desenvolveu o plano e escolheu os materiais, e revisou e editou a versão final do manuscrito, assegurando sua qualidade e precisão.

Todos os autores contribuíram com a revisão do trabalho e aprovaram a versão submetida.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – Campus Bragança Paulista, pelo apoio e suporte financeiro fornecido para o desenvolvimento deste projeto de pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Alessandra Rodrigues; RIBEIRO, Miguel. Potencialidades de uma tarefa para promover o conhecimento especializado do professor no tópico frações. **Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, São Paulo, v. 3, p. 1-18, 2021. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/235745>. Acesso em 04 out. 2024.

BERTONI, N. E. A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p. 209 a 237. Disponível em <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2111>. Acesso em 9 set. 2024.

GOIS, R. C. **O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado). São Carlos: UFSCar, 2015. Disponível em <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4472>. Acesso em 09 set. 2024.

LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática e materiais manipuláveis. In: LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.p.3-38 (Formação de professores).

SILVA, A.F; BALDIN, Y.Y.; MARTINS, A.C.C. Estojo de Frações. **III Simpósio Nacional da Formação de Professores de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM. 2018. Disponível em [https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2019/05/3N-02-MC\\_T5\\_Aparecida\\_Silva\\_Nacional-arquivo-final.pdf](https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2019/05/3N-02-MC_T5_Aparecida_Silva_Nacional-arquivo-final.pdf). Acesso em 9 set. 2024.